

TD3: MODÈLE DE BUHLMANN

Exercice 1 :

Un assureur couvre une proportion égale d'hommes et de femmes contre les accidents automobile. Les femmes ont une probabilité d'accident de 20% par année alors que celle des hommes est de 40%. La distribution des sinistres est la suivante :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0,8 & \text{pour } x = 100 \\ 0,1 & \text{pour } x = 200 \\ 0,1 & \text{pour } x = 400 \end{cases}$$

On suppose qu'une personne ne peut avoir qu'un accident par an. Calculer le facteur de crédibilité pour un assuré dans le modèle de Buhlmann.

Exercice 2 :

On vous donne les informations suivantes sur un portefeuille de risques indépendants :

- i) les risques sont de 2 types : type A et type B.
- ii) le nombre de risques de type A est le même que le nombre de risque de type B.
- iii) pour chaque risque, la probabilité d'avoir exactement un sinistre au cours d'une année est de 20%, alors que la probabilité de n'avoir aucun sinistre est de 80%.
- iv) le montant des sinistres des risques de type A est 2.
- v) le montant des sinistres des risques de type B est c , une constante inconnue

Un risque est choisi au hasard au sein du portefeuille et le montant total des sinistres de ce risque est observé pour la première année. Vous souhaitez estimer le montant total des sinistres espérés pour la seconde année.

- i) Quel est le modèle utilisé ici ?
- ii) Déterminer la limite du facteur de crédibilité dans le modèle de Buhlmann lorsque c tend vers l'infini.

Exercice 3 :

Un portefeuille d'assurance compte 4 classes d'assurés. Les caractéristiques de la distribution du montant total des sinistres annuels d'un assuré pour chacune des classes sont données dans le tableau suivant :

Classe	Nombre d'assurés	Montant des sinistres	
		Moyenne	Variance
A	1000	50	100 000
B	2000	200	500 000
C	1000	500	500 000
D	1000	1000	500 000

Calculer la prime de crédibilité chargée à un assuré ayant subi pour 800 euros de sinistres en 4 ans.

Exercice 4 :

Soit X_1, \dots, X_n un échantillon aléatoire et Y une variable aléatoire dont le second moment existe. trouver les constantes α et β qui minimisent

$$E[(Y - (\alpha + \beta \bar{X}))^2],$$

où $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_i X_i$.

C'est un problème analogue à celui des moindres carrés ordinaires.

Exercice 5 :

Démontrer que l'estimateur \hat{s}^2 du modèle classique de Buhlmann est sans biais en calculant

$$E[(S_{it} - \bar{S}_i)^2]$$

sans d'abord conditionner sur Θ_i .