

Comportements de résiliation en assurance vie et non vie: compréhension et modélisation

Partie 1: Assurance Vie

Cours ISFA M2 Actuariat
Lyon, mai 2018

Xavier Milhaud
Formateur actuaire certifié IA, Maître de Conférences

xavier.milhaud@univ-lyon1.fr

COMPORTEMENTS DE RACHAT EN ASSURANCE VIE

- 1 Introduction et contexte
- 2 Cadre réglementaire
- 3 Approches statistiques de modélisation des comportements de rachat
- 4 Modélisation et prise en compte de l'hétérogénéité de la population
- 5 Modèles d'intensité pour la contagion : Hawkes

Qu'est-ce que le risque de rachat ?

→ Qu'est-ce que le **risque de rachat** ?

→ **Intérêt pr l'assureur** :

- ① Compréhension des comportements,
 - facteurs explicatifs du rachat ?
 - segmentation de la population assurée.
- ② Design de nouveaux produits :
 - adapter produits pr gagner parts de marché,
 - optimiser souscription et hyp. sur le taux de rachat.
- ③ Prévisions et gestion du risque.
 - interactions actif-passif et impact ALM (risque de liquidité),
 - être capable d'anticiper la proba de rachat des individus.

Attention à la terminologie...

On peut confondre plusieurs notions différentes. En particulier, un “rachat” peut provenir :

- d'une modification contractuelle (montant de la prime périodique, ...)
- atteinte de la maturité du contrat,
- du décès de l'assuré,
- de la résiliation du contrat,
- ...

Il faut bien définir ce que nous appelons un rachat dans notre étude ! Ici nous nous intéressons aux **comportements** : résiliations !

Quelques points-clefs

- ① Prendre en compte la ligne d'affaire :
 - en épargne, sujet majeur (taux de rachat annuel $\sim [5\%, 15\%]$),
 - en prévoyance, secondaire (conditions de rachat méconnues des assurés en collectif (70% du business)).
→ pb : antisélection, hasard moral...
- ② Prendre en compte le marché (ex. France) :
 - contraintes fiscales en fonction de l'ancienneté,
 - pénalités : cappées à 5% du capital épargné sur 10 ans,
 - options de la police : rachats partiels...

Les caractéristiques contractuelles et individuelles doivent être conservées dans la modélisation \Rightarrow **régression** ! (voir [?])

Littérature existante

→ 2 explications du rachat : liquidité [?], taux d'intérêt.

→ 4 approches pour la modélisation :

- Finance [?], [?], [?] : valoriser l'option (américaine) de rachat
→ hyp. de rationalité et d'optimalité,
- Statistique [?], [?] : modélisation collective (taux). Type série temporelle ou fonction comme

$$r_d = r_0 * (1 - a * \ln(d) * (\ln(d + 1) - b))$$

- Microéconomie [?] : espérance d'utilité → rationalité...
- Économétrie [?], [?], [?] : individuelle. Focus sur les modèles de segmentation (risk class), GLM (impact facteurs de risque), modèles d'intensité (timing important à prévoir).

Préoccupations actuelles

Questions sans véritable réponse :

- comment la crise financière a t'elle impacté les rachats ?
- les marchés financiers ont-ils vraiment une influence sur les comportements ? → Arbitrages (rachats totaux VS partiels).

Contexte actuel : dangereux car taux d'intérêt actuels très bas

- impact souscription new business depuis 10 ans...
- impact valorisation actif de l'assureur surestimé (à cause des obligations qui ont aujourd'hui bc de valeur...mais demain ?)
- taux servis plus haut que la rentabilité des actifs...

⇒ *Crainte* : rachats **massifs** suite à hausse brusque des taux.

⇒ Evolutions réglementaires possibles ; pourraient modifier les comportements d'investissement des assurés

Rachats structurels VS rachats conjoncturels

Les praticiens considèrent en général que les comportements de rachat sont surtout guidés par les **contraintes fiscales** et **marchés financiers**...

→ 2 typologies de facteur de risque :

- facteurs *idiosyncratiques* : pénalités, fiscalité, options contractuelles, réseau de distribution, customer segment, cross-selling...
→ rachats structurels ;
- facteurs *environnementaux* : marchés, politique marketing, risque d'image, législation...
→ rachats conjoncturels.

2 Cadre réglementaire

- Solvabilité 2
- Orientations Nationales Complémentaires
- Pratiques de place

Solvency II - QIS 5 Calibration papers (CEIOPS - EIOPA)

Recommandations pour le calcul du capital de solvabilité : en 2 étapes (cf p.105).

(1) Chocs up / down appliqués au taux de rachat structurel :
calibration des chocs basée sur une étude empirique en 2003 au UK et Pologne sur un produit :

$$LR_{up} = \min(100\%, 150\% \times LR),$$

$$LR_{down} = \min(0, \max(50\% \times LR, LR - 20\%)).$$

- Censé couvrir le risque de mauvaise estimation du Lapse rate.
- Censé incorporer les rachats conjoncturels !

(2) “Mass lapse event” :

Correspond à un événement rare ~ “bank run” (ex : Northern Rock), “catastrophe type event”...

→ Pas d’observation pour calibrer cet événement (jamais vraiment observé...) ;

→ Considérer une **perte de 30% des gains sur l’ensemble du portefeuille** ;

→ Devrait s’ajuster en fonction du type de police (ex : with-profit contract, ...)

→ **Incorpore aussi les rachats conjoncturels !**

Conservation au final du capital max. entre scénarios (1) et (2).

Orientations Nationales Complémentaires (ACPR)

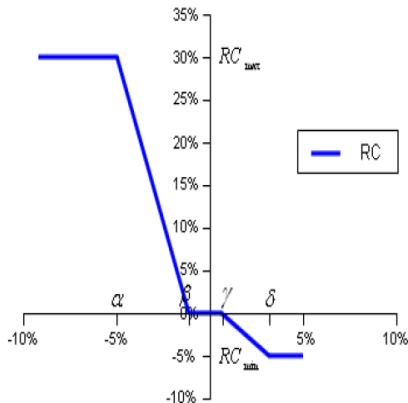
Parallèlement à la formule standard, les ONC dans un modèle interne (partiel) : ajout des rachats conjoncturels à la partie structurelle.

$$RC = \begin{cases} RC_{max} & \text{si } TS - TA < \alpha \\ RC_{max} \times \frac{TS - TA - \beta}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha \leq TS - TA < \beta \\ 0 & \text{si } \beta \leq TS - TA < \gamma \\ RC_{min} \times \frac{TS - TA - \gamma}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma \leq TS - TA < \delta \\ RC_{min} & \text{si } TS - TA \geq \delta \end{cases}$$

Paramètres loi de rachat conjoncturel proposé		
	Plafond min	Plafond max
α	-6%	-4%
β	-2%	0%
γ	1%	1%
δ	2%	4%
RC_min	-6%	-4%
RC_max	20%	40%

Conjoncturels : fonction dynamique correspondante

Taux de rachats conjoncturels (RC) en fonction de l'écart entre le taux servi R et le taux concurrent TC



Préconisations retirées depuis car l'ACPR promeut le dvp de modèles internes adaptés au risque propre de la compagnie.

- **Idée** : comparer le taux crédité du contrat à un benchmark marché : prise en compte de la satisfaction (dc comportemental !)
- Facile à implémenter.
- Mais 1) seuils très subjectifs, 2) n'intègre pas la corrélation entre comportements en cas de crise, 3) risque systémique...

A la fin, on prend

$$LR_{shocked} = \min(1, \max(0, RS + RC)),$$

avec

- RS : rachats structurels,
- RC : rachats conjoncturels (plafond à 30%, comme le mass lapse event).

- 1 Introduction et contexte
 - Définition
 - Notions fondamentales

Tableaux croisés - statistiques descriptives

Basé sur l'expérience. Ici par ex., taux de rachat **structurels** annuels pour 9 segments :

	Bank	Agent	Direct
[0, 4] years	5%	8%	15%
[4, 8] years	3%	10%	15%
> 8 years	10%	19%	20%

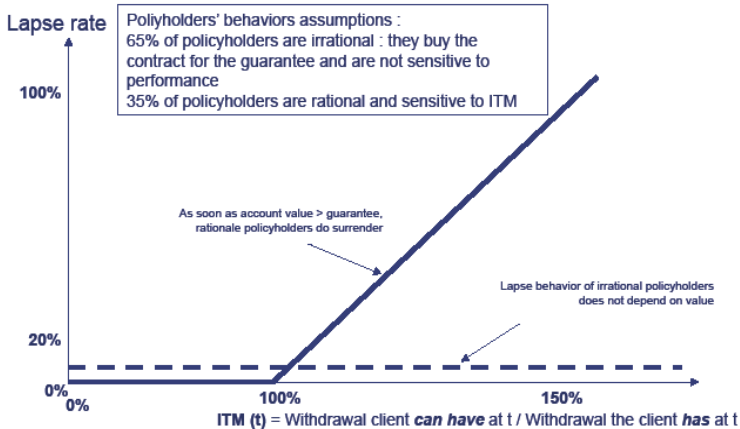
⇒ Segmentation de la population avec des facteurs de risque a priori pour expliquer les rachats structurels...

→ **Hypothèses associées** :

- indépendance entre assurés ! (faux car influencés en même temps par un agent de vente par exemple)
- exposition minimum sur chaque segment (LGN).

Rachats conjoncturels - ex. (1) de fonction dyn.

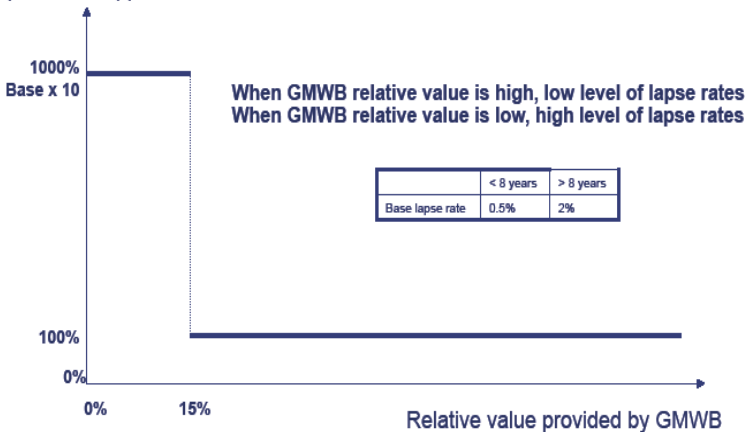
Idée : multiplier le taux structurel par un facteur dépendant de la satisfaction de l'assuré. Fonction linéaire ici :



where Withdrawal client **can have** at t = Net invested value * 85% * 10 years government bond

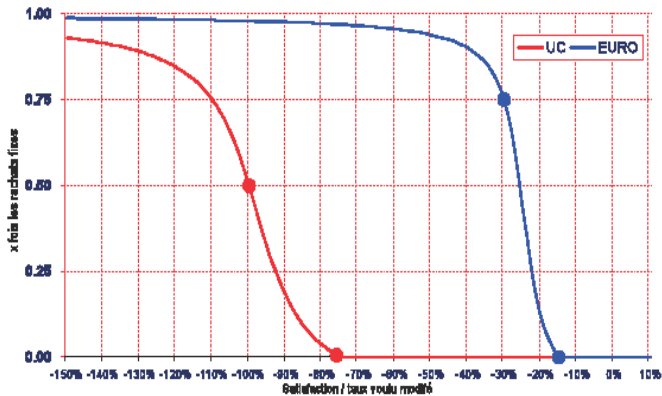
Rachats conjoncturels - (2) fonction dyn. escalier

Lapse factor applied to base



Rachats conjoncturels - (3) : fonction dyn. arctangente

Lapse factor applied to base



Satisfaction rate / expected rate

Limites

Toutes ces formes de modélisation comportent les mêmes limites, inhérentes à un modèle de comportement :

- elles ne prennent pas en compte la corrélation des comportements,
- elles ne prennent pas en compte la contagion entre comportements...

Dans une étude de stress tests, c'est clairement un problème !

- 3 Approches statistiques de modélisation des comportements de rachat
 - Les GLM
 - Implémentation et interprétation des résultats
 - Corrélation entre comportements
 - Autres limites : hétérogénéité et irrationalité

Contexte d'étude des risques en assurance

Un assureur essaie généralement d'avoir la meilleure connaissance possible de son risque.

Pour cela, les bases de données des assureurs comportent un ensemble d'informations sur les

- **caractéristiques de l'assuré** : sexe, âge, CSP, adresse...
- **options du contrat** : franchise, ...
- **conditions de marché** : indices macroéconomiques, conjoncture, concurrence...

Ces informations **jouent un rôle important** dans la détermination et dans l'estimation des paramètres des modèles mis en place !

Difficultés de calibration : événement “rare”

Il arrive souvent en pratique que des coefficients de régression calibrés ne soient **pas significatifs**. Cela correspond au test :

$$H_0 : \hat{\beta}_j = 0 \quad \text{VS} \quad H_1 : \hat{\beta}_j \neq 0.$$

But : rejeter H_0 à un certain niveau de confiance α , en se basant sur la statistique de Wald $(\hat{\beta}_j / \text{Var}(\hat{\beta}_j))^2 \quad (\sim \chi^2)$.

Lorsque l'exposition est faible dans une poche, la calibration des coefficients de régression affectés à cette poche devient ardue...

Cela est dû au fait que le MLE est **asymptotiquement gaussien** :

$$\hat{\beta}_j^{MLE} \sim \mathcal{N}(\beta_j, 1/I(\beta_j)).$$

⇒ La variance de l'estimateur peut devenir grande si l'information de Fisher est faible (quantité d'info contenue dans les données, petite dans le cas de trop peu d'individus).

La technique consiste alors à **regrouper certaines modalités de covariables** qualitatives (ou catégorielles). La démarche statistique “propre” s’y rapportant :

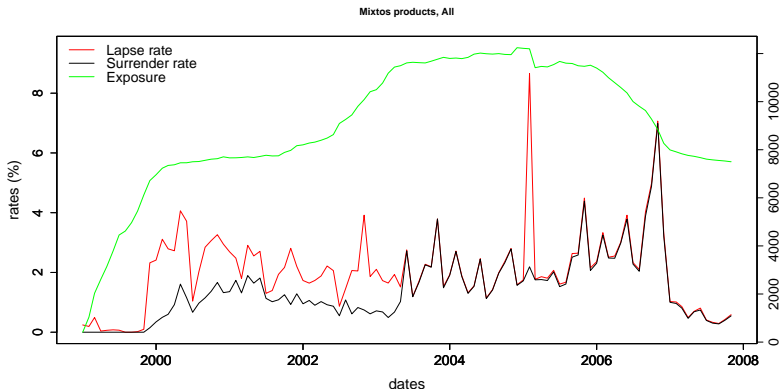
- 1 calibration du **modèle saturé** (ou modèle complet),
- 2 pour le test de **chaque coef.** associé aux covariables, repérer la pire “p-valeur” au-dessus du seuil α ,
- 3 **agréger** la modalité correspondante avec une autre “intelligemment” ;
- 4 recalibrer le modèle, et **revenir à l'étape 2 tant que le modèle n'est pas satisfaisant.**

3 Approches statistiques de modélisation des comportements de rachat

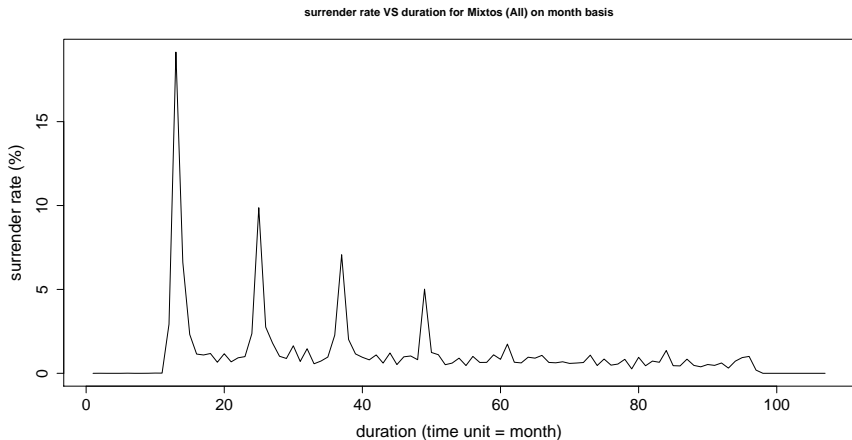
- Les GLM
- Implémentation et interprétation des résultats
- Corrélation entre comportements
- Autres limites : hétérogénéité et irrationalité

Application avec données de rachat - produits Mixtes

Stat. descriptives du portefeuille d'abord...Impact marchés ϕ !



Impact de l'ancienneté (dates anniversaire ici)...

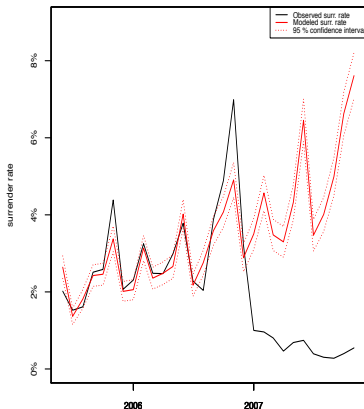
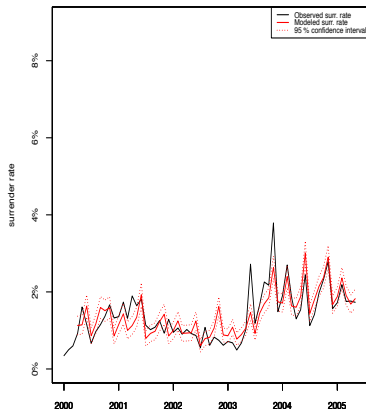


Implémentation : duplication des assurés sur chaque période

EXERCICE SUR CONTRATS EN UNITES DE COMPTE

Illustration : logit sur Mixtes avec covar. financières

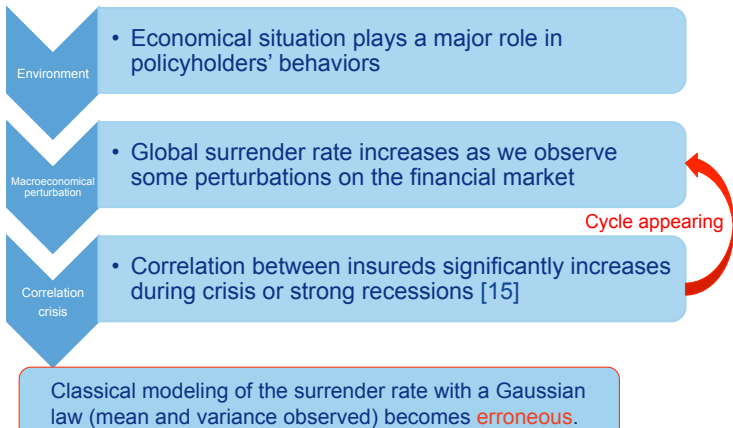
Modèle statistiquement significatif, prévisions mauvaises !



- **Correct tant qu'économie stable**, mais crise **non capturée** !
- Rachats dyn. mal intégrés, dû aux comportements **corrélés** !

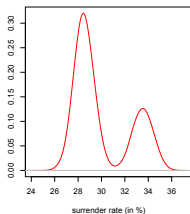
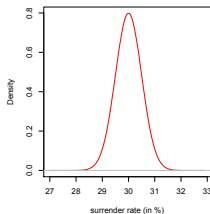
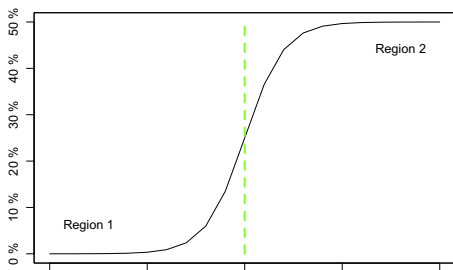
Idée principale

Une économie en berne peut entraîner un cercle vicieux ...
...qui peut s'avérer très dangereux au final (effet moutonnier).



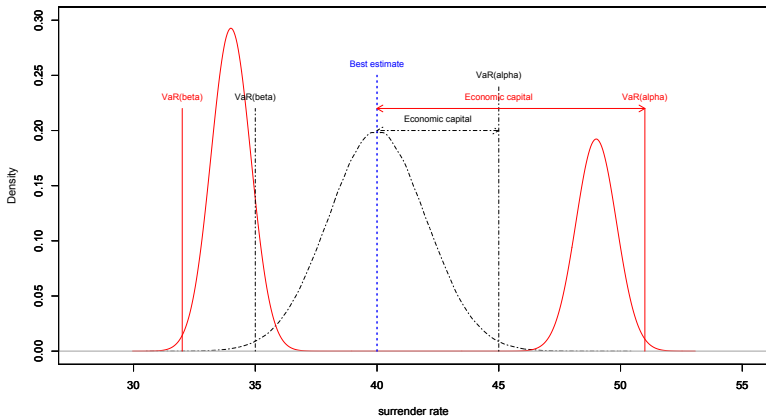
Rappel ONC : taux de rachat VS spread (fonction Arctan)

Niveau bas calibré empiriquement / niveau haut par un expert.



Chocs communs : mélange simple (focus sur région 2)

Modèle à chocs communs [?] : $I_k = J_k I_0 + (1 - J_k) I_k^\perp$.



Morale : la corrélation fait exploser le capital économique !

Quelques données de chocs illustratives

Eco. context	p_0	$VaR_{95\%}$	$VaR_{99,5\%}$	$\Delta VaR_{99,5\%} (\%)$	$TVaR_{90\%}$	$TVaR_{99,5\%}$
S	0	8.823	8.993	0	8.844	8.993
	0.01	9.565	9.746	+8.4	9.576	9.746
	0.02	10.471	10.658	+18.5	10.481	10.658
	0.05	13.297	13.501	+50.1	13.314	13.501
	0.15	22.659	22.886	+154.5	22.666	22.886
	0.3	36.557	36.874	+310	36.577	36.874
	0.5	54.992	55.218	+514	55.01	55.218
M	0	21.028	21.204	0	21.046	21.204
	0.01	21.668	21.945	+3.5	21.688	21.945
	0.02	22.416	22.693	+7	22.433	22.693
	0.05	24.879	25.219	+18.9	24.905	25.219
	0.15	32.933	33.301	+57	32.96	33.301
	0.3	45.013	45.341	+113.8	45.038	45.341
	0.5	61.018	61.301	+189.1	61.042	61.301
H	0	43.201	43.563	0	43.226	43.563
	0.01	43.693	43.977	+1	43.719	43.977
	0.02	44.231	44.503	+2.2	44.245	44.503
	0.05	45.959	46.378	+6.5	45.983	46.378
	0.15	51.735	52.053	+19.5	51.748	52.053
	0.3	60.435	60.735	+39.4	60.449	60.735
	0.5	71.965	72.237	+65.8	71.977	72.237

⇒ SCR totalement différent ! Modifie les stress-tests...

Effet de diversification quasi-inexistant !

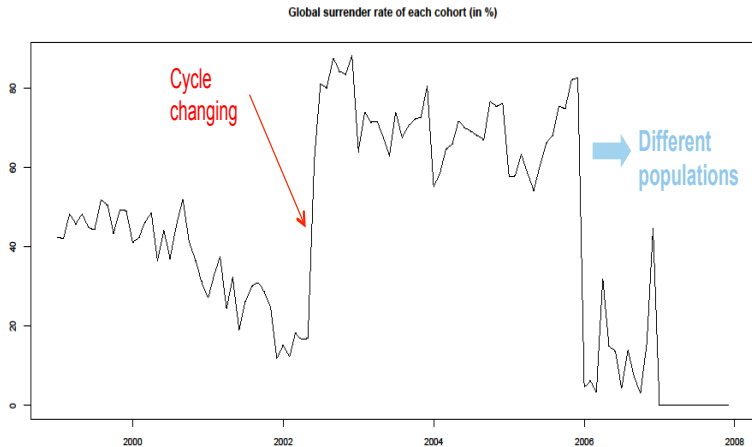
Portfolio size	BE	EC / $AV(Var_{99.5\%}^{Normal})$	Correlation	EC ($Var_{99.5\%}^{Bi-modal}$)	ΔEC
Little:			$p_0 = 0.05$	6.26%	4.5%
5000	8.1%	1.76% / 1 090 140	$p_0 = 0.2$	20.42%	18.66%
policyholders	$(p_0 = 0)$	$(p_0 = 0)$	$p_0 = 0.5$	48.54%	46.78%
Medium:			$p_0 = 0.05$	5.1%	4.59%
50 000	8.08%	0.51% / 1 091 408	$p_0 = 0.2$	19.01%	18.5%
policyholders	$(p_0 = 0)$	$(p_0 = 0)$	$p_0 = 0.5$	46.63%	46.12%
Big:			$p_0 = 0.05$	4.73%	4.59%
500 000	8.08%	0.1426% / 1 091 777	$p_0 = 0.2$	18.56%	18.41%
policyholders	$(p_0 = 0)$	$(p_0 = 0)$	$p_0 = 0.5$	46.16%	46.01%

⇒ La taille du portefeuille ne joue pas.

2 Cadre réglementaire

- Solvabilité 2
- Orientations Nationales Complémentaires
- Pratiques de place

Politiques Marketing et phénomène de cohorte



⇒ Tjs des fact. inobservables impactant fortement comportements (pas mettables en régresseurs : marketing, strategie, ...).

4 Modélisation et prise en compte de l'hétérogénéité de la population

- Modèles mélanges finis
- Approche et calibration
- Application
- Prévisions des comportements et aggrégation

Les mélanges finis - définition

Soit $Y = (Y_1^T, \dots, Y_n^T)^T$ des copies i.i.d. Par la formule des proba. totales, la densité du mélange est donnée par

$$f(y_j) = \sum_{i=1}^g \pi_i f_i(y_j),$$

avec $\sum_i \pi_i = 1$. $f(y_j)$ est la densité de Y_j dans \mathbb{R}^p , π_i est le poids **a priori** de la composante i et $f_i(y_j)$ est la i^e densité composante. On cherche à estimer :

- g : inconnu, doit être inféré des données ;
- π_i pour $i = 1, \dots, g$: potentiellement dépendant des covariables ;
- paramètres des f_i : potentiellement de familles param. \neq .

Ici, on considérera les mélanges de régressions logistiques,

$$f_i(y_j) = f(y_j; p_{ij}) = C_{N_j}^{y_j} p_{ij}^{y_j} (1 - p_{ij})^{N_j - y_j},$$

où y_j est le nb de rachats observés dans le groupe homogène j de taille N_j .

4 Modélisation et prise en compte de l'hétérogénéité de la population

- Modèles mélanges finis
- **Approche et calibration**
- Application
- Prévisions des comportements et aggrégation

Une approche générale

En résumé, très peu de caractéristiques à considérer dans les composantes du mélange pour conserver un bon pouvoir prédictif.

On retrouve souvent :

- la *saisonnalité*,
- l'*ancienneté* du contrat,
- parfois 1 ou 2 facteurs de risque structurels (évalués discriminants par ex. par CART),
- les *marchés financiers* (obligations ou indices boursiers).

Simplifie la modélisation & ↘ la dimension pour les estimations.
La calibration se fait par l'algorithme EM.

Adaptation classique pour les contrats à rendement stochastique : accroître les effets de corrélation en donnant la possibilité aux poids du mélange d'évoluer dans le temps (en introduisant une variable économique explicative des poids).

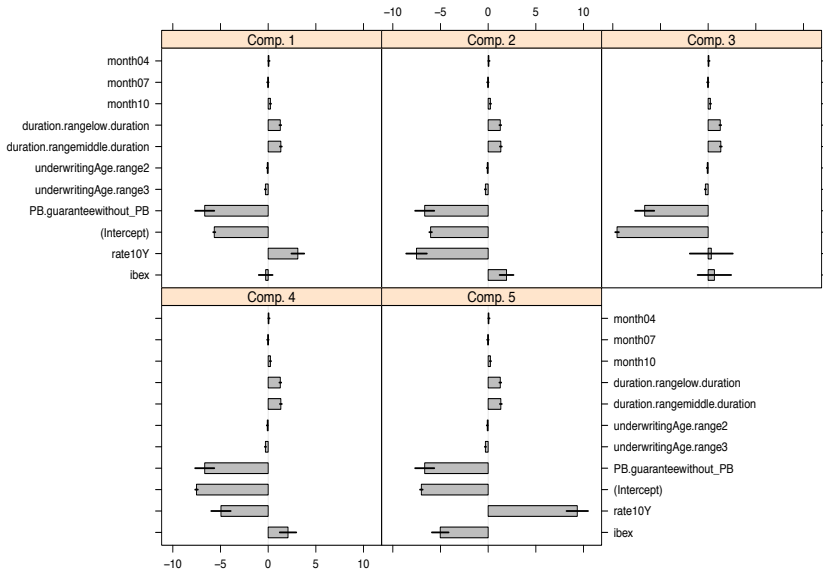
→ Les mélanges permettent de modéliser l'hétérogénéité entre les comportements d'assurés, tout en conservant les effets des facteurs de risque structurels.

Ces effets peuvent être considérés fixes entre les composantes car *identiques pour tout le monde*, à l'inverse de la sensibilité des assurés aux facteurs externes...

4 Modélisation et prise en compte de l'hétérogénéité de la population

- Modèles mélanges finis
- Approche et calibration
- **Application**
- Prévisions des comportements et aggrégation

Application sur contrats Mixtes et irrationalité



Remarques sur la calibration

Un certain nombre de points sont à vérifier pour s'assurer de la cohérence de la modélisation...

- la sélection du modèle mélange conduit à un modèle “parcimonieux” : les composantes doivent si possible être **bien distinctes** ; on utilise ici le critère BIC :

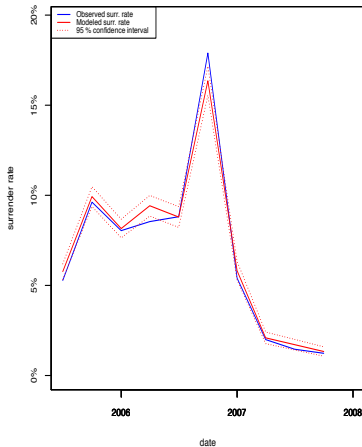
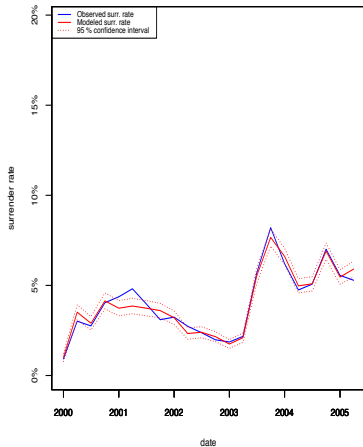
$$M = \arg \min_{M_i} (-\log L(\hat{\theta}) + K_i \log n).$$

- les poids sont “bien” **répartis** : ici,

$$\pi_1 = 25\%, \pi_2 = 28\%, \pi_3 = 14\%, \pi_4 = 15\%, \pi_5 = 18\%.$$

Prévisions

Mêmes covariables et échantillons que pour le logit “simple”.



Qualité du modèle

→ Bien sûr en comparant les prévisions du modèle avec la réalité
⇒ backtesting !

→ Aussi en utilisant des tests statistiques sur la période de validation :

- test de Pearson pour voir si les résidus semblent plutôt “gaussiens”,
- test de Wilcoxon-Mann-Witney (non paramétrique, rank test).

$H_0 \sim$ “observed distribution similar as the predicted one.”

Products family	Pearson test	WMW test
Savings	No	No
Endowments	No	No
Unit-Link	No	No
Index-Link	No	No
Universal savings	No	No
Pure savings	No	Yes

TABLE: Could null hypothesis (H_0) be rejected ?

⇒ Dans la plupart de nos applications pratiques, cette stratégie de construction de prévisions statistiques des comportements s'est avérée très robuste !

Remarques et limites sur l'utilisation des mélanges

→ Les **effets de corrélation** semblent être partiellement capturés par les mélanges dans des contextes différents (produits).

→ La stratégie est la suivante :

- les facteurs exogènes doivent être considérés variables entre composantes : les coefficients de régression calibrés seront \neq entre composantes du mélange et/ou poids,
- les facteurs endogènes sont intégrés dans les composantes comme des effets fixes pour minimiser le nombre de coefficients à calibrer.

[Semble logique car ce sont des effets \neq par nature.]

Cependant,

- on a introduit un biais de sélection en dupliquant les assurés par période,
- il serait pertinent de considérer des modèles de durée dans de telles applications,
- le critère BIC tend à surestimer l'ordre du mélange...

5 Modèles d'intensité pour la contagion : Hawkes

Conclusion et extensions

→ Arbitrages : travailler non pas sur les comportements mais sur les montants / intégrer les rachats partiels.

- 1 Intégrer seulement les facteurs de risque **principaux**, considérer la **corrélation**.
- 2 L'incorporation des facteurs de risque doit être réalisée **différemment en fonction de leur typologie**.
- 3 Mon point de vue : les stress tests actuels sous-estiment assez fortement le risque comportemental.

→ ***Perspectives***

- 1 modèles Markov cachés,
- 2 processus de contagion type Hawkes.



Paul le poulpe

Pieuvre commune

Paul le poulpe ou Paul la pieuvre, surnommé « l'oracle d'Oberhausen » est une pieuvre commune mâle maintenue en captivité à l'aquarium Sea Life d'Oberhausen en Allemagne. [Wikipédia](#)

Date de naissance : 26 janvier 2008

Date de décès : 26 octobre 2010

Concurrence : l'aigle mexicain Attila, le panda chinois Ying Mei, le piranha outsider Pelé...

Bibliographie