

D. Chenal, G. Kayo de Kayo, R. Kelhoun, X. Milhaud, C. Sauser - M2R SAF

Projet de transfert alternatif de risque :
Titrisation du risque de catastrophe naturelle

Sous la direction de M. Stéphane Loisel



Table des matières

1	Introduction	5
2	Un peu d'histoire...	5
2.1	...sur les catastrophes naturelles	5
2.1.1	Où et quand a eu lieu la première catastrophe naturelle répertoriée ?	6
2.1.2	Quelques chiffres éloquentes	6
2.1.3	Les zones à risque	6
2.1.4	Les catastrophes sont-elles plus ou moins rares aujourd'hui ?	7
2.1.5	L'accroissement du montant des sinistres	8
2.2	...sur les titrisations	9
2.2.1	Pour quelles raisons sont apparues les opérations de titrisation ? Quel raisonnement sous-jacent justifie une titrisation ?	9
2.2.2	Qui a innové en lançant les premières titrisations ?	9
2.3	La conjoncture actuelle du marché de titrisation	9
3	Le mécanisme d'une opération de titrisation	10
3.1	Le point de vue des deux contreparties	10
3.2	Le produit classique d'une titrisation : l'obligation catastrophe (Cat-Bond)	10
3.2.1	Principe	10
3.2.2	Les déclencheurs de cat-bonds	10
3.3	Un exemple d'illustration	10
4	Les agences de notations : un élément important	11
4.1	La modélisation de catastrophe	11
4.2	Un développement récent de la notation	12
4.3	Des notations différentes selon les agences	12
4.4	Des agences omnipotentes ?	13
5	La valorisation des cat bonds lors d'une titrisation	14
5.1	Méthode actuarielle	14
5.2	Exemple d'application : les USAA	14
5.3	Méthode financière	15
5.4	Exemple d'application	15
6	Unification des deux méthodes précédentes : la transformation de Wang	15
6.1	Les mesures de risque	15
6.2	Le pont entre finance et assurance	17
7	Avantages et inconvénients des cat-bonds	17
7.1	Avantages des Cat-Bonds	17
7.1.1	Amélioration de l'efficacité du capital et du rendement des fonds propres	17
7.1.2	Faible corrélation avec les autres marchés de valeurs à revenu fixe	18
7.1.3	Rendements élevés	18
7.2	Inconvénients des Cat-Bonds	18
7.2.1	Le risque de base	18
7.2.2	Les notations des agences sur le risque de base	18
7.2.3	Corrélation non nulle	18

8 Ouverture sur la gestion du risque de catastrophe naturelle	18
8.1 La réassurance classique	19
8.2 Les swaps catastrophe	19
8.3 Les options catastrophe cotées en Bourse	19
8.4 Les Industry Loss Warranties	19
8.5 Le capital conditionnel	19
9 Conclusion du projet	21
10 Annexes	21

1 Introduction

Le monde de l'assurance est depuis quelques années en plein essor.

La richesse créée par la croissance globale de l'économie, le progrès, les nouvelles technologies, l'augmentation perpétuelle de la population mondiale exposent les assureurs à des risques toujours plus importants.

Pour faire face à la manifestation de ces risques, l'assureur se doit de bien quantifier le risque qu'il porte afin de le gérer au mieux. L'approche dans le monde de l'assurance a toujours privilégié la gestion des risques. Aujourd'hui, nous réalisons que cette gestion est parfois négligée, notamment en finance de marché où le profit est roi. Nous avons pu voir l'impact phénoménal que cela a pu avoir avec la crise financière des subprimes l'été dernier aux Etats-Unis, ou plus récemment le scandale de la Société Générale.

Le problème majeur posé par le risque de catastrophe naturelle est son caractère dimensionnel. En effet, les pertes encourues par les assureurs suite à des phénomènes physiques tels que des ouragans ou des tremblements de terre peuvent être aussi énormes qu'imprévisibles. Dans ces cas-là, les solutions traditionnelles d'assurance et de réassurance apparaissent souvent très coûteuses et relativement inefficaces.

En quête de financement et pour éviter d'être insolvable, les assureurs ont alors lancé de nouveaux produits financiers. C'est ainsi que sont nés les Insurance-Linked Securities (ILS) il y a une quinzaine d'années, des titres négociés sur les marchés financiers après une opération de titrisation. Cependant, le caractère nouveau de ce type de produit et le risque sur lequel ils portent présentent certains écueils : un marché peu liquide et incomplet, des soucis de valorisation et de couverture, un manque de confiance des investisseurs. En effet lorsqu'un produit financier apparaît, l'évaluation se fait au départ en marked-to-model avant de se faire en marked-to-market lorsque le marché devient liquide.

Il faut aussi prendre garde au phénomène d'asymétrie d'information, à l'hypothèse d'indépendance ou de corrélation des risques entre eux.

L'objectif de ce projet est de comprendre les différentes étapes d'une titrisation : de la mise en place à la valorisation et la couverture. Dans le cadre de notre sujet, les ILS concernés sont des "catastrophe bonds" (ou cat bonds). Plusieurs questions naturelles qui découlent des observations précédentes viennent alors :

- Comment modéliser ce risque de catastrophe naturelle ?
- Comment valoriser un cat bond issu d'une opération de titrisation ?
- Existe-t-il une couverture efficace contre ce risque ?
- L'hypothèse d'indépendance des risques est-elle raisonnable dans le cas de catastrophes naturelles ?

Après avoir vu l'histoire et quelques caractéristiques des catastrophes naturelles, nous discuterons de la conjoncture actuelle et essaierons de répondre à ces questions au cours de notre recherche.

Finalement, la titrisation est-elle le meilleur moyen d'"atomiser" le risque ?

2 Un peu d'histoire...

2.1 ...sur les catastrophes naturelles

Entendons nous en premier lieu sur le terme de catastrophe naturelle : c'est un "évènement attribuable à des phénomènes naturels incontrôlables et destructeurs."

Les catastrophes naturelles sont classées en six catégories :

- inondations,
- tempêtes type ouragan,
- tremblements de terre ou séisme,
- sécheresse et feu de forêt,
- froid et gel,
- autres : avalanches, grêle.

Ces phénomènes se manifestent subitement et causent en général des dommages sur une population importante, d'où la nécessité pour l'assureur de disposer rapidement de fonds afin de pouvoir honorer le contrat et donc financer ces dégâts.

2.1.1 Où et quand a eu lieu la première catastrophe naturelle répertoriée ?

Elle a eu lieu sur l'île de Santorin en -1500 av. J.C. Cette île prospère, située au sud des Cyclades, a été touchée par une éruption cataclysmique provoquant de gigantesques raz-de-marée, une destruction de la côte nord de la Crète. La ville d'Akrotiri a été ensevelie, certains pensent que c'est cette catastrophe qui inspira à Platon la légende de l'Atlantide.

2.1.2 Quelques chiffres éloquentes

Nous avons choisi de présenter dans cette partie deux des plus grandes catastrophes naturelles de l'Histoire afin de mettre en exergue l'étendue des dégâts. Remarquons que ces catastrophes sont récentes.

Le tsunami du 26 décembre 2004 est considéré par les médias comme "extraordinaire", "unique", "d'une ampleur quasi inégalée". Certes l'événement a provoqué environ **300 000 victimes** ce qui en soi suffit pour en faire un événement hors du commun, mais au plan scientifique strict le tsunami de Sumatra doit être envisagé comme un événement d'ampleur moyenne. La vague qui a affecté les littoraux n'a guère dépassé la dizaine de mètres de hauteur, ce qui est bien inférieur à d'autres vagues survenues dans le passé et dans d'autres secteurs de la planète.

D'un point de vue financier, il faut savoir que quelques pourcents seulement de la population étaient assurés, contrairement aux pays riches dans lesquels environ 50% de la population est assuré. Cette catastrophe a eu un faible impact sur l'économie mondiale, et n'a pas inquiété outre mesure les sociétés d'assurance et de réassurance. En effet dans ce cas, les assureurs auront uniquement à régler les dégâts survenus aux hôtels modernes et aux infrastructures de transports des touristes notamment.

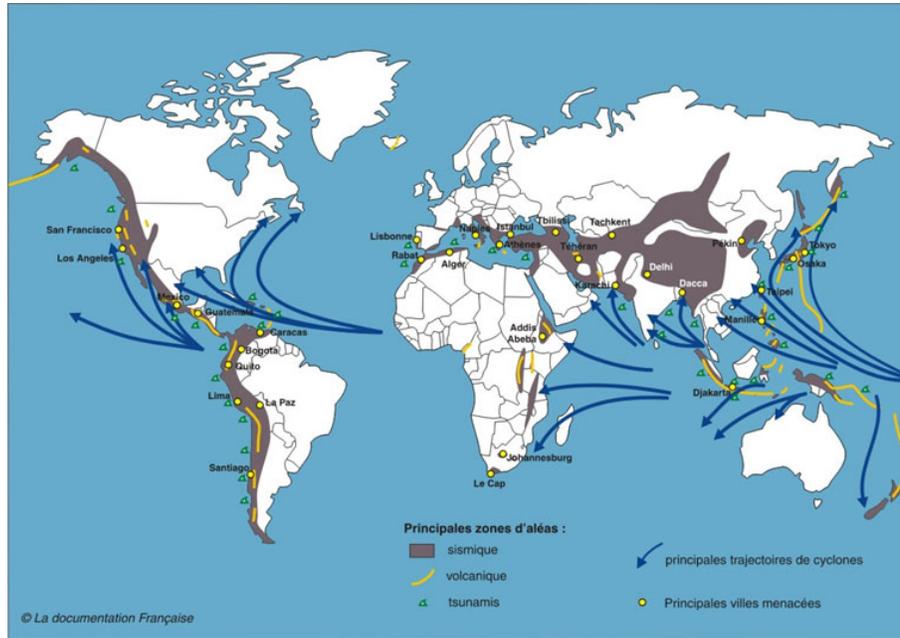
Le cyclône tropical Katrina qui a déferlé le 1^{er} Septembre 2005 à 10h10 sur une vaste région de 235 000 kilomètres carrés (soit l'équivalent de la moitié de la France), allant de la Louisiane à l'Alabama en passant par le Mississippi, a tout dévasté. Il a été qualifié d'"une des pires catastrophes naturelles de l'histoire du pays". Le dernier bilan officiel est de 1300 morts.

L'ouragan Katrina a été le plus coûteux de l'histoire des Etats-Unis avec un record de **135 milliards de dollars de dégâts**. Le précédent record était tenu par le cyclone Andrew en 1992 avec 22 milliards de dollars. Ces dégâts se répartissent de la façon suivante : de 17 à 33 milliards de dollars pour les logements ; de 5 à 9 milliards pour les biens de consommation durables ; de 18 à 31 milliards pour le secteur de l'énergie ; de 16 à 32 milliards pour le reste du secteur privé ; de 13 à 25 milliards pour les infrastructures publiques.

Remarque : nous voyons à travers ces deux exemples que l'assurance est un bon indicateur de la richesse d'un pays et de sa situation économique. Elle révèle les inégalités entre pays et entre groupes de population au sein des pays pauvres ou riches.

2.1.3 Les zones à risque

Aujourd'hui, les réassureurs constituent des portefeuilles couvrant plusieurs types de risque de catastrophe naturelle, dans plusieurs régions du monde afin de diversifier leur risque. Ils ont besoin de bien connaître le type de risque et la probabilité qu'ils surviennent ; la carte ci-dessous reprend les différents risques en fonction de la situation géographique.

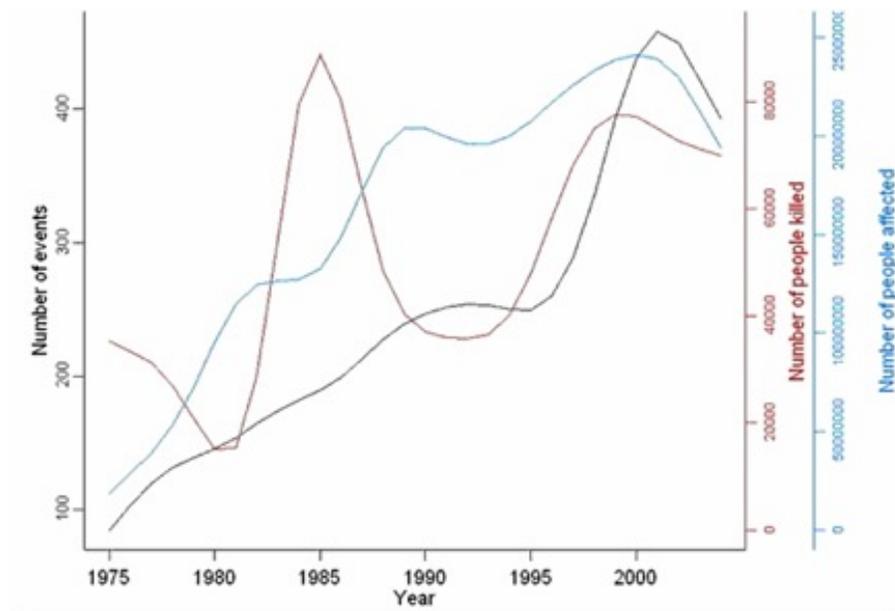


2.1.4 Les catastrophes sont-elles plus ou moins rares aujourd'hui ?

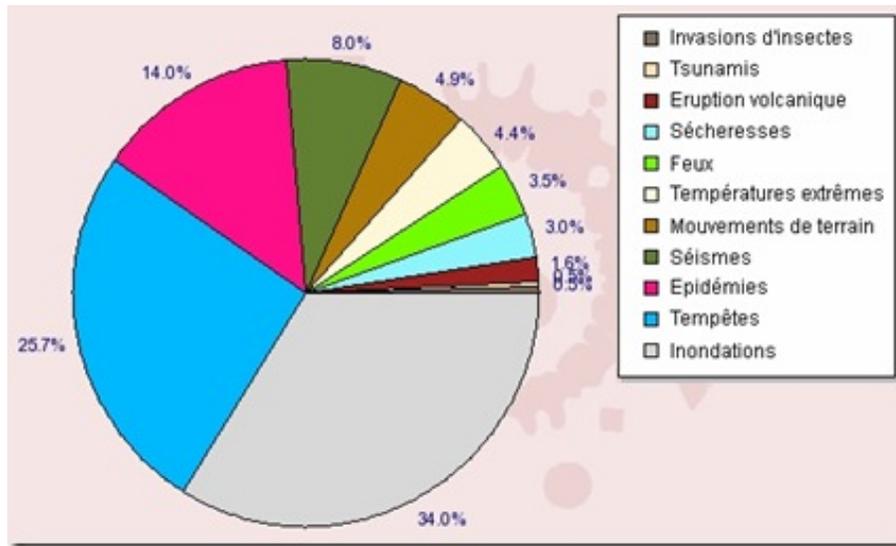
De nombreux facteurs liés à l'activité humaine (exemple : dégagement de CO_2) semblent être à l'origine de l'augmentation de la fréquence des catastrophes naturelles dans le monde. Même si nous avons observé une augmentation relativement constante au cours du 20^{ème} siècle, le phénomène s'est accentué depuis les années 1990, raison pour laquelle les écologistes tirent aujourd'hui la sonnette d'alarme.

Ci-dessous le graphique représentant l'évolution du nombre de catastrophes de 1990 à 2007 :

- la courbe noire représente le nombre d'événements,
- la courbe rouge représente le nombre de personnes tuées,
- enfin la courbe bleue représente le nombre de personnes affectées par la catastrophe.



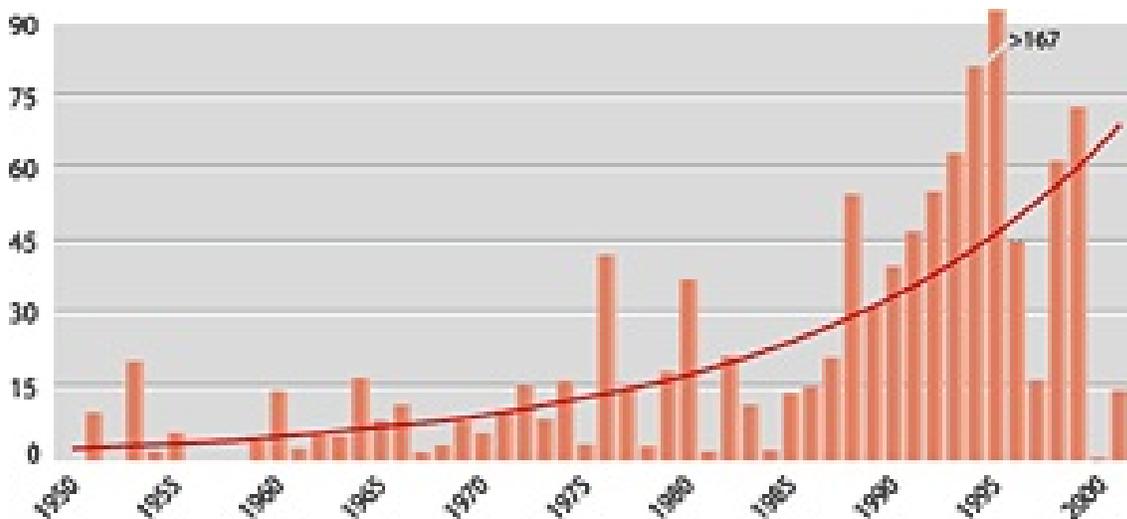
Nous remarquons évidemment que ce nombre augmente, mais nous constatons aussi une augmentation notoire du nombre de personnes atteintes ou tuées ce qui dénote une plus grande gravité des catastrophes. En ce qui concerne la répartition par catégorie, il est intéressant de voir que ce sont les inondations qui sont les plus fréquentes sur la tranche 1990/2007, serait-ce dû indirectement à la fonte des glaciers et des pôles ?



2.1.5 L'accroissement du montant des sinistres

Nous avons vu que la fréquence des catastrophes naturelles est croissante et surtout que le nombre de personnes en subissant les conséquences s'accroît. Il semblerait donc logique de constater que les coûts engendrés soient aussi plus grands aujourd'hui qu'hier.

C'est ce que nous montre le graphique suivant :



2.2 ...sur les titrisations

Problème de la nature-même du risque

Le caractère spécifique du risque de catastrophe naturelle nous amène inévitablement à en définir la principale problématique : ce risque est qualifié d'extrême, c'est à dire que la probabilité qu'un sinistre survienne est très faible tandis que les pertes qu'il engendre peuvent être astronomiques. Nous savons que les risques extrêmes sont difficilement modélisables.

En effet, là où la mutualisation des risques permet classiquement en assurance de se ramener à la loi des grands nombres ou au théorème de la limite centrale, il n'est pas raisonnable dans notre cas de considérer que notre risque global est modélisable par la même approche. Les pertes peuvent être si grandes que les queues de distribution issues de ces théorèmes ne représentent pas bien le phénomène, le risque étant plus important qu'il n'y paraîtrait.

2.2.1 Pour quelles raisons sont apparues les opérations de titrisation ? Quel raisonnement sous-jacent justifie une titrisation ?

Lorsque l'assureur doit indemniser des milliers voire des centaines de milliers de personnes suite à une catastrophe, une solution classique pour lui consiste à se réassurer auprès d'un réassureur qui est censé disposer de plus de fonds pour faire face à ce genre de situation. Notons au passage qu'il y a ainsi une concentration des risques d'un nombre très grand d'assurés vers un faible nombre de réassureurs. Cette concentration du risque sur peu d'agents est extrêmement dangereuse et c'est pourquoi les réassureurs ont cherché un moyen pour éviter de porter tout le risque sur leur épaules.

Les marchés financiers sont une alternative aux transferts des risques d'assurance : les réassureurs profitent de la masse d'investisseurs présents sur ces marchés afin de "diluer" leur risque. Ils réalisent ainsi une mutualisation de leur risque, un risque qu'il leur serait difficile voire impossible de supporter seul étant donné sa dimension.

2.2.2 Qui a innové en lançant les premières titrisations ?

La titrisation a été développée aux Etats-Unis à la fin des années 1980 et était principalement utilisée alors par les établissements de crédit. Elle s'est ensuite développée fortement pour devenir à la fois un instrument de gestion du bilan, de gestion des risques et de création (ou d'extraction) de valeur. En 2006 le montant global des émissions de titrisation en Europe était de 452 milliards d'euros contre 78 milliards en 2000. Les émissions américaines représentaient environ le double.

2.3 La conjoncture actuelle du marché de titrisation

La titrisation a vu le jour aux Etats-Unis et a fait son apparition en France dans les années 1990. Elle n'a pas eu beaucoup de succès auprès des entreprises, de par la complexité du montage financier, jusqu'à la récente Loi sur la Sécurité Financière du 26 avril 2004 qui a entre autres assoupli les modalités d'un programme (au sens financier) de titrisation. Depuis, le nombre d'entreprises ayant recours à cette technique va grandissant.

Il est important de recadrer ces opérations par rapport au contexte. Ce contexte est évidemment lié aux récentes catastrophes naturelles. Le prix pour se réassurer sera d'autant plus cher que la dernière catastrophe sera récente et les dommages importants. Nous parlons alors de **hard-market**. En opposition au **soft-market** lorsque les prix sont bas sur le marché, il n'y a pas eu de catastrophe récente .

3 Le mécanisme d'une opération de titrisation

3.1 Le point de vue des deux contreparties

Le principe de base est simple : l'assureur émet des titres ayant pour principales caractéristiques un nominal, un rendement et une maturité, et reçoit en échange le prix de ce titre que l'investisseur lui paye. Si une catastrophe naturelle survient, l'investisseur ne récupérera qu'une partie de son investissement initial (ou rien suivant les caractéristiques du contrat lors de l'émission). Dans le cas contraire, le nominal lui est remboursé à l'échéance et il aura touché les coupons détachés par le titre à son propriétaire.

L'avantage de ce type de titre pour l'investisseur est sa rentabilité en général élevée, et sa faible corrélation à priori avec les marchés financiers. C'est donc une bonne manière pour lui de diversifier son portefeuille.

Du point de vue de l'émetteur, cette opération permet de disposer de beaucoup de cash dans le cas d'une occurrence de sinistre, ce qui lui permet d'éviter sa ruine à court terme. La titrisation sur les marchés financiers lui permet donc de satisfaire son besoin de financement, et ainsi de se couvrir contre ces risques.

3.2 Le produit classique d'une titrisation : l'obligation catastrophe (Cat-Bond)

3.2.1 Principe

Contrairement aux obligations de la branche vie qui permettent surtout un financement, les titres assurantiels de la branche non vie transfèrent habituellement des risques de pointe vers les marchés financiers. Dans le cadre d'une transaction typique, une structure ad hoc conclut un contrat de réassurance avec une cédante et émet simultanément des obligations catastrophe à l'intention des investisseurs. Si aucun sinistre ne survient, les investisseurs reçoivent un flux de paiement au titre du coupon et un rendement du principal qui les dédommagent de l'utilisation de leurs fonds et de leur exposition aux risques. Si, en revanche, un événement catastrophique prédéfini se produit, les investisseurs subissent des pertes sur les intérêts, le principal, ou les deux. Ces fonds sont transférés à la cédante conformément au contrat de réassurance.

3.2.2 Les déclencheurs de cat-bonds

Alors que les investisseurs préfèrent maximiser la transparence du déclenchement des Cat-Bond, les sponsors aimeraient quant à eux minimiser le risque de base. Or, la transparence est souvent associée à un risque de base supérieur. Les Cat-Bond utilisent divers déclencheurs pour gérer cette contradiction :

- une transaction indemnitaire repose sur les sinistres effectifs du sponsor,
- une opération à indice sectoriel repose sur un indice des sinistres à l'échelle de tout un secteur (par exemple, Property Claim Services (PCS) aux Etats-Unis),
- Dans une Modeled Industry Trigger Transaction (opération à déclencheur sectoriel modélisé ou "MITT"), les pondérations des indices sectoriels sont définies après l'événement en utilisant des techniques de modélisation des sinistres,
- un déclencheur purement paramétrique se fonde sur l'événement physique effectif déclaré (par exemple, la magnitude d'un tremblement de terre où la vitesse du vent dans le cas d'un cyclone),
- un indice paramétrique est une version affinée du déclencheur purement paramétrique qui utilise des formules plus complexes, reposant sur des mesures plus détaillées,
- dans une transaction à modélisation des sinistres, les sinistres sont calculés en alimentant un modèle prédéterminé avec des paramètres physiques effectifs.

3.3 Un exemple d'illustration

Prenons l'exemple d'une banque, le cédant, qui souhaite lever un financement basé sur un portefeuille de crédits hypothécaires.

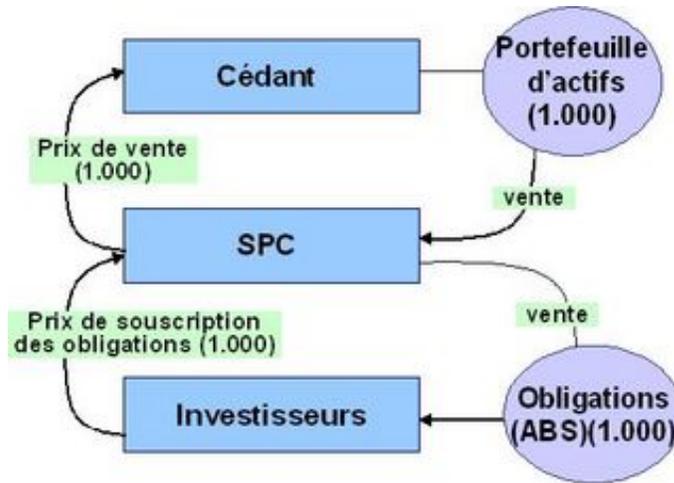
- la banque cède à la Special Purpose Vehicle (S.P.V.), créée pour l'occasion, le portefeuille de crédits ainsi que tous les droits attachés ;

- la S.P.V. émet des obligations dont les intérêts et les remboursements en capital seront assurés exclusivement par les flux financiers du portefeuille de crédit ;
- avec le résultat de l'émission obligataire, la S.P.V. paie à la banque le prix de vente du portefeuille.

Economiquement, tout se passe pour la banque comme si elle avait obtenu le financement "en direct" et elle s'est assuré un financement sur base de la qualité du portefeuille de crédit.

Juridiquement, il n'y a aucun rapport entre l'investisseur et la banque, puisque la S.P.V. est interposée entre les deux : la faillite ou le défaut du cédant n'aura d'effet ni sur l'opération, ni sur les investisseurs.

Le schéma suivant reprend le mécanisme de l'exemple :



4 Les agences de notations : un élément important

Les cat-bonds sont la plupart du temps notés par des agences, les plus connus étant Standard and Poor's, Moody's ou encore Fitch. Ces notations (ou rating) ont pour but d'évaluer la probabilité de défaut de l'emprunteur, c'est-à-dire le risque de faillite de ce dernier qui se retrouverait alors dans l'impossibilité de rembourser ses créanciers.

Dans le cas des cat-bonds, la probabilité de défaut est due à la survenance d'un tremblement de terre ou d'une tempête qui entrainerait une perte importante du capital.

4.1 La modélisation de catastrophe

Cette probabilité de survenance de catastrophe peut être déterminée par l'utilisation de modèles. Ceux-ci, par l'intermédiaire de logiciels spécialisés et de calculateurs puissants permettent d'évaluer les pertes qui pourraient être engendrées au sein d'un portefeuille de biens par la survenance d'un événement catastrophique. Les données nécessaires à l'utilisation du modèle sont relatives à l'exposition au risque et sont de trois types :

- des données sur la localisation précise des biens ,
- des données sur les caractéristiques physiques ,
- des données sur les termes financiers de l'assurance.

Cette modélisation est très utile pour les assureurs car elle leur permet de déterminer quelle proportion de réassurance acheter ou de déterminer le montant des primes. Elle s'accompagne généralement d'une modélisation de l'opération d'emprunt et des ses flux financiers. Les agences de notations utilisent également ces modélisations pour évaluer la capacité financières des assureurs qui prennent à leur charge le risque de catastrophe.

4.2 Un développement récent de la notation

De nos jours, la quasi-totalité des titres présents sur le marché américain font l'objet d'une notation par au moins une agence. La notation aux Etats-Unis s'est rapidement développée à partir de la première moitié du XXème siècle, car à cette époque avait lieu une évolution de la réglementation visant à mieux protéger les investisseurs. Dans les années 1980, les taux d'intérêt ont fortement baissé, ce qui s'est traduit par une plus forte exposition des investisseurs au risque de crédit, la double notation s'est alors généralisée. En Europe, la notation a été totalement absente jusqu'aux années 1980 puis s'est principalement développée au cours des 10 dernières années. Aujourd'hui en France, la totalité des émetteurs bancaires et la majorité des émetteurs industriels et commerciaux utilisent la notation ; et il est pratiquement impossible pour une société de se passer de note.

4.3 Des notations différentes selon les agences

Les trois agences principales de notations (Standard and Poor's, Moody's ou encore Fitch) utilisent un système de notation globalement identique, qui est en fait composé de deux sous-systèmes de notation : une note à court terme (correspondant à la capacité du débiteur à remplir ses engagements à un an au plus) à et une note à long terme (plus d'un an).

Il est à noter que deux sociétés ayant une note à long terme proche, auront la même note à cours terme.

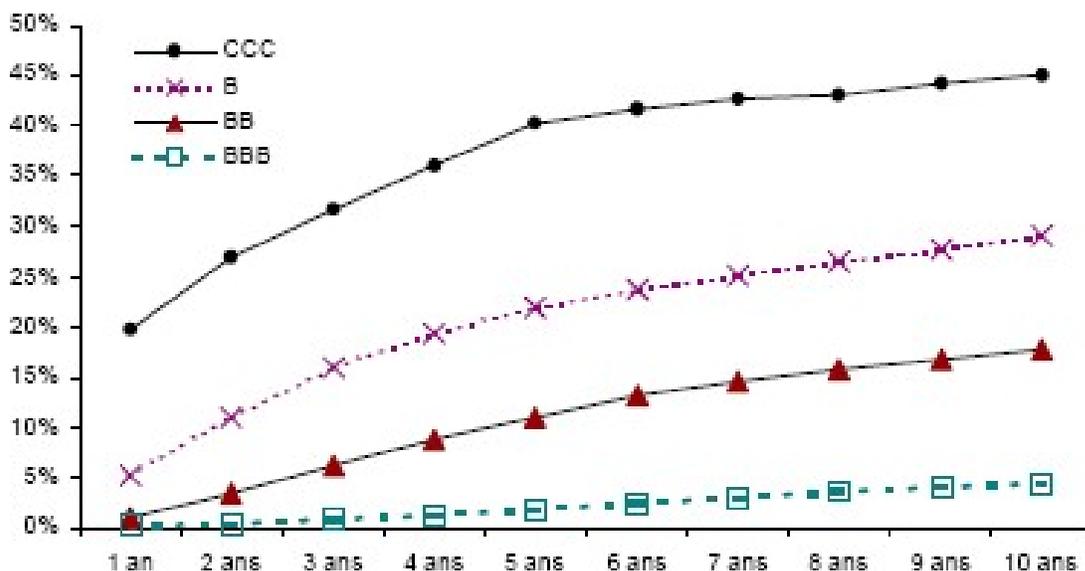
Les notes varient selon les agences de notation, essentiellement sur leur dénomination. Le tableau suivant présente les différentes catégories de notes et les différentes d'appellation entre Moody's et Standard and Poor's.

Moody's	S&P	Signification
Aaa	AAA	Meilleure qualité, risque le plus faible
Aa	AA	Haute qualité. Très forte capacité à faire face aux obligations de paiement
A	A	Catégorie supérieure des obligations de qualité moyenne. Capacité forte de l'emprunteur à faire face à ses obligations
Baa	BBB	Qualité moyenne. Capacité satisfaisante de l'emprunteur à faire face à ses obligations
Ba	BB	De nature spéculative. Capacité incertaine à terme de l'emprunteur à faire face à ses obligations
B	B	Faible capacité de l'emprunteur à faire face à ses obligations
Caa	CCC	Qualité médiocre. Danger quant au paiement des intérêts et au remboursement du capital
Ca	CC D	Hautement spéculatif. Proche de la défaillance. En faillite

On s'intéresse maintenant plus particulièrement à la notation selon Standard and Poor's. La note maximale est AAA, les émetteurs possédant cette note sont rares. Ce sont généralement des états, mais une vingtaine de groupes multinationaux atteignent également cette note maximale. Par exemple, en France ce sont les entreprises publiques qui sont notées AAA car elles bénéficient du soutien financier de l'état. Les notes s'étalent ensuite de BBB à CC (voire D), cette dernière note correspondant à une entreprise en faillite. La note BBB constitue une limite : au dessus de cette note, les notes sont de catégorie dite d'in-

vestissement ; en dessous les notes sont dites de catégorie spéculative (celles-ci sont encore assez rares en Europe).

On peut représenter le taux de probabilité de défaut en fonction de la maturité, selon la note obtenue par une entreprise ; c'est-à-dire le pourcentage y de sociétés possédant une note N , qui feront défaut dans les x prochaines années.



(Source : Moody's – Janvier 1997)

Les notes allant de AAA à A, qui ne sont pas indiquées sur ce graphique ont un risque très faible, qui correspond à une probabilité moyenne de défaut de 2% sur 10 ans.

4.4 Des agences omnipotentes ?

La critique principale formulée envers les agences de notation est qu'elles possèdent un trop grand pouvoir, et ont plus un rôle de décision que d'information. Par exemple, si une entreprise reçoit une mauvaise note, cela va influencer sur sa capacité de financement, l'entraînant ainsi dans un cercle vicieux. Le durcissement de la réglementation, au travers des accords Bâle II, risque de plus d'accentuer ce phénomène.

Cependant, il ne faut pas oublier que les agences de notation ont pour rôle d'informer les investisseurs sur les risques encourus lors de certaines opérations et à ce titre, l'indépendance des agences de notation est un facteur positif.

5 La valorisation des cat bonds lors d'une titrisation

Nous cherchons maintenant à valoriser un cat bond. Le prix d'un cat bond est, comme pour tout actif financier, l'actualisation de ses flux futurs. Mais dans le cas d'un cat bond les flux futurs sont aléatoires. En effet si une catastrophe survient aucun flux n'est versé ou qu'une partie des flux est versée tout dépend du contrat, d'où la difficulté de la valorisation des cat bonds. Nous allons voir deux approches différentes pour valoriser les cat bonds : l'approche actuarielle et l'approche financière.

5.1 Méthode actuarielle

On procède en deux étapes successives, on commence par mesurer le risque : on modélise la fréquence et les coûts d'une catastrophe naturelle. Puis on valorise les obligations. on utilise souvent la loi log-normale ou pareto pour modéliser le coût moyen d'une catastrophe naturelle.

On va faire tout notre raisonnement à partir d'un cat bond de montant facial valant 1€. Ce titre offre un coupon c à la fin de chaque période et rembourse le principal (1€) à la fin de la dernière période à condition qu'il y ait pas eu de catastrophe. Si une catastrophe survient seulement une partie des coupons et du principal sont alors remboursés. Dans ce cas on suppose qu'on rembourse toujours la même proportion des coupons et du principal qu'on notera α

. D'après la théorie financière lorsque il n'y a pas d'opportunité d'arbitrage il existe une probabilité \mathbb{Q} (la probabilité sans risque) telle que le prix en $t=0$ s'écrive :

$$p = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left(\sum_{t=1}^T \frac{c(t)}{[1+r_0][1+r_1] \dots [1+r_{t-1}]} \right)$$

Avec $c(t)$ le montant versé en t et r_t le processus stochastique de taux d'intérêt sur la période $[t-1, t]$. Le zéro coupon de maturité t s'écrit :

$$P_t = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left(\sum_{t=1}^T \frac{1}{[1+r_0][1+r_1] \dots [1+r_{t-1}]} \right)$$

On note τ le temps d'arrêt correspondant à une catastrophe. On note $\tau = t$ si la catastrophe survient entre $[t-1, t]$. Etudions maintenant la valeur de $c(t)$ dans les différentes situations : soit $\tau = t$ dans ce cas on rembourse une partie du principal et du coupon $\alpha(1+c)$, soit le sinistre survient après t alors si $t = T$ on rembourse le principal et on donne le coupon sinon on donne le coupon, soit $\tau < t$ dans ce cas on donne 0. Pour résumer :

$$c(t) = \begin{cases} c 1_{\tau > t} + \alpha(c+1)1_{\tau=t} & \text{Si } t = \{1, 2, \dots, T-1\} \\ (c+1) 1_{\tau > t} + \alpha(c+1)1_{\tau=t} & \text{Si } t = T \end{cases}$$

Avec les notations précédentes on obtient le prix du cat bond :

$$p = c \sum_{t=1}^T P^{\mathbb{Q}}(\tau > t)P_t + P^{\mathbb{Q}}(\tau > T)P_T + \alpha(1+c) \sum_{t=1}^T P^{\mathbb{Q}}(\tau = t)P_t$$

$P^{\mathbb{Q}}(\tau > t)$ est la probabilité risque neutre qu'aucune catastrophe ne survienne avant le temps t et $P^{\mathbb{Q}}(\tau = t)$ est la probabilité risque neutre qu'une catastrophe (la première) survienne en t .

5.2 Exemple d'application : les USAA

On s'occupe de la première tranche des titres USAA, ce contrat est sur un an. Cette tranche avait comme principal 163.8M\$. Le principal est remboursé de façon sûre cependant si un sinistre survient pendant la période du contrat le principal n'est remboursé qu'au bout de 10 ans. Dans ce contrat le coupon vaut le

taux libor+2.73% par contre si un sinistre survient les coupons ne sont pas payés. Le coupon de ce contrat s'écrit :

$$c(t) = \begin{cases} (1 + r_0 + 0.0273) 1_{\tau > 1} & t = 1 \\ 0 & t = 2, 3, \dots, 9 \\ 1_{\tau=1} & t = 10 \end{cases}$$

5.3 Méthode financière

Intéressons nous maintenant à l'approche financière. On peut faire un parallèle entre les cat bonds et les produits structurés comme les CDO ou CLO. En effet les cat bonds font l'objet de notation comme les produits structurés, on cherche donc à valoriser un cat bond comme un produit structuré de rating équivalent. Il est possible de définir les notions suivante :

EER : "expected excess return" pouvant être vu comme le prix net de l'obligation.

CEL : "conditional expected loss" le coût moyen en tarification.

PFL : "probability of first loss" la fréquence en tarification.

A partir des observations empiriques, Morton Lane propose une relation entre les trois termes précédents qui permet de déterminer le prix de l'obligation en fonction du CEL (l'analogue du taux de recouvrement) et du PFL (l'équivalent du rating).

$$EER = 0.55(PFL)^{0.495}(CEL)^{0.574}$$

5.4 Exemple d'application

On prend le coefficient CEL constant égale à 57%, on peut alors construire le tableau des spread en fonction du PFL :

en bps	US Treas.	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
spread	0	52	86	119	181	400	695	1609

En 1999 Lehman Brother affichait :

en bps	US Treas.	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
spread	0	67	92	120	183	350	580	1147

6 Unification des deux méthodes précédentes : la transformation de Wang

Nous avons vu que l'évaluation des cat bonds peut se faire selon une approche financière ou actuarielle. La *transformation de Wang* permet d'unifier ces 2 méthodes, raison pour laquelle nous avons tenu à en présenter ici les grandes lignes. Nos propos doivent beaucoup à [?] et au chapitre *Les opérateurs de distorsion : une réponse pertinente au chargement de sécurité* de [?] qui renvoie lui même vers certains articles fondateurs comme [?] et [?].

6.1 Les mesures de risque

Définition 1 Une *mesure de risque* est une application ρ qui à tout risque X (une variable aléatoire donnée) associe un réel $\rho(X) \in \mathbb{R}_+ = [0; +\infty]$.

Il existe de nombreux exemples de mesure de risque. Les 3 mesures ci-dessous font partie des plus usuelles et suffisent à nos propos.

Exemple 1 : La Value at Risk

Définition 2 La *Value at Risk* de niveau α associée au risque X est

$$VaR(X, \alpha) = F_X^{-1}(\alpha)$$

Exemple 2 : La Tail Value at Risk

Définition 3 La *Tail Value at Risk* de niveau α associée au risque X est

$$TVaR(X, \alpha) = \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 F_X^{-1}(u) du = VaR(X, \alpha) + \frac{1}{1-\alpha} \mathbb{E} [(X - VaR(X, \alpha))^+]$$

Exemple 3 : La mesure de risque de Wang

Définition 4 Une *fonction de distorsion* est une application croissante $g : [0; 1] \rightarrow [0; 1]$ vérifiant de plus $g(0) = 0$ et $g(1) = 1$.

Définition 5 La *mesure de risque de Wang* associée à la fonction de distorsion g est la mesure ρ_g définie par :

$$\rho_g(X) = \int_0^{+\infty} g(S_X(x)) dx$$

($S_X = 1 - F_X$ est la fonction survie de X)

La VaR_α et la $TVaR_\alpha$ sont des mesures de risque de Wang car il suffit de prendre respectivement $g(x) = 1_{[\alpha; +\infty]}$ et $g(x) = \min(1; x/(1-\alpha))$.

Définition 6 La *transformation de Wang* est la mesure de risque de Wang associée à la fonction de distorsion $g_\lambda(x) = \Phi(\Phi^{-1}(x) + \lambda)$ ($\Phi =$ fonction de répartition de la $N(0, 1)$)

Il est important de noter qu'en réalité les mesures de risque satisfaisantes doivent vérifier un certain nombre de critères.

Définition 7 Une *mesure de risque cohérente* est une mesure de risque ρ vérifiant les 4 axiomes suivants :

1. *Invariance par translation*

$$\rho(X + c) = \rho(X) + c \quad \forall c \in \mathbb{R}$$

2. *Sous-additivité*

$$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$$

quelque soient les risques X et Y

3. *Positive homogénéité*

$$\rho(cX) = c\rho(X) \quad \forall c > 0$$

4. *Monotonie*

$$\mathbb{P}(X < Y) = 1 \Rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y)$$

La VaR n'est pas cohérente car non sous-additive contrairement à la $TVaR$ qui est une mesure de risque cohérente. On a le résultat général suivant :

Proposition 8

$$\rho_g \text{ cohérente} \Leftrightarrow g \text{ concave}$$

6.2 Le pont entre finance et assurance

Définition 9 On appelle **prime pure** d'un risque X donné la valeur attendue de tous les sinistres. Il s'agit donc de

$$\mathbb{E}[X] = \int_0^{+\infty} S_X(x) dx$$

Il est bien connu que les compagnies d'assurances doivent "charger" la prime pure, c'est à dire exiger une prime $\rho(X) \geq \mathbb{E}[X]$. L'idée de la transformation de Wang consiste donc à considérer une prime $\rho_g(X) = \int_0^{+\infty} g(S_X(x)) dx$ qui n'est rien d'autre que la prime pure d'un nouveau risque défini par sa fonction de survie $S^*(x) = g(S_X(x))$.

Notons que dans le cas des mesures de risque de Wang cohérentes, la concavité de $g \Rightarrow S^* \geq S_X$. Ceci signifie que pour le nouveau risque ainsi défini (X^*) les probabilités de perte sont plus grandes que celle du risque initial.

Intéressons nous maintenant plus précisément à la transformation de Wang. Si X est une loi normale de variance σ , alors

$$\begin{aligned} \mathbb{E}^*[X] &= \int_0^{+\infty} S^*(x) dx \\ &= \int_0^{+\infty} \Phi(\Phi^{-1}(S(x)) + \lambda) dx \\ &= \mathbb{E}[X] - \lambda\sigma \end{aligned}$$

Si on calibre le modèle de Wang pour que le paramètre λ corresponde à la valeur du risque de marché, alors on a forcément $\mathbb{E}[X] - \lambda\sigma = r$ c'est à dire

$$\lambda = \frac{\mathbb{E}[R] - r}{\sigma}$$

Ceci n'est rien d'autre que le **ratio de Sharpe**, notion importante du CAPM. La transformation de Wang est cependant plus générale car le ratio de Sharpe n'a de sens que dans le cas où X est gaussien, distribution totalement inadaptée au monde des Cat Bonds (grande probabilité de pertes nulles et faible probabilité de très grandes pertes).

7 Avantages et inconvénients des cat-bonds

Les capacités de sponsoring et d'accès via une obligation catastrophe peuvent apporter à un (ré)assureur non-vie de nombreux avantages, mais ces obligations peuvent s'accompagner d'un certain nombre d'inconvénients, comme le risque de base. Nous allons ainsi faire un bref inventaire de ces caractéristiques.

7.1 Avantages des Cat-Bonds

7.1.1 Amélioration de l'efficacité du capital et du rendement des fonds propres

En étant le sponsor d'une obligation catastrophe. Un (ré)assureur peut améliorer son efficacité en matière de gestion des risques et du capital. Les obligations catastrophe offrent un moyen supplémentaire de couvrir le risque de souscription-en particulier le risque lié à des événements de faible fréquence et de grande gravité- en transférant le risque du bilan de l'assureur ou du réassureur (supporté principalement par les fonds propres) vers le marché des valeurs à revenu fixe au sens large, ce qui réduit le risque de pointe pour l'assureur ou le réassureur. En outre, la titrisation assouplit l'accès du réassureur aux capacités. Comme dans la réassurance classique, elle est prise en compte dans les exigences de fonds propres des agences de notation et peut améliorer la rentabilité des fonds propres et d'autres indicateurs de performances. Contrairement à la réassurance classique, elle n'engendre pas de risque de crédit pour l'assureur et le réassureur car la couverture est entièrement collatéralisée.

7.1.2 Faible corrélation avec les autres marchés de valeurs à revenu fixe

Les investisseurs en valeurs à revenu fixe tirent également parti de leurs placements en obligations catastrophe. Ces obligations permettent en effet d'investir dans des risques d'assurance spécifiques sans s'exposer à d'autres risques encourus par l'assureur ou le réassureur qui vont de pair avec un investissement en actions. En outre, comme la corrélation des défaillances est faible entre les marchés des capitaux empruntés et les risques catastrophiques, les investisseurs peuvent améliorer le profil risque/rendement de leur portefeuille.

7.1.3 Rendements élevés

Les obligations catastrophe peuvent offrir un taux d'intérêt plus élevé que les obligations classiques émises par des sociétés affichant la même note. Ces marges de rémunération supérieures dédommagent les investisseurs pour l'illiquidité apparente des obligations catastrophe et leur caractère non traditionnel (prime de nouveauté). Ces marges se sont réduites considérablement depuis le début des années 90, quand la première obligation catastrophe a été émise, car les investisseurs en valeurs à revenu fixe, de même que les courtiers et intermédiaires, sont plus nombreux à intervenir sur ce marché.

7.2 Inconvénients des Cat-Bonds

7.2.1 Le risque de base

Les acheteurs d'obligations catastrophe encourent généralement un risque de base supérieur à celui des acheteurs de réassurance classique, car les investisseurs préfèrent des déclencheurs indiciaires ou modélisés pour ces obligations. Cela s'explique par le fait que les opérations liées à des portefeuilles synthétiques (comme les indices de sinistralité sectorielle), contrairement à celles liées à des déclencheurs indemnitaires, ne sont pas soumises à des problèmes de risque subjectif.

7.2.2 Les notations des agences sur le risque de base

Les agences de notation se sont récemment intéressées de près au risque de base introduit par les obligations catastrophe et les ILW en vue de transposer avec précision les avantages les inconvénients de ces produits dans leurs modèles de solidité financière. Les résultats de ces travaux devraient évoluer et s'affiner considérablement dans les prochaines années car les modèles de solidité financière se développent parallèlement aux projets de réglementation comme Solvabilité II.

7.2.3 Corrélation non nulle

On peut se demander si une mégacatastrophe constitue vraiment un événement à Bêta zéro ou si une corrélation par défaut existe avec d'autres catégories d'actifs. Par exemple, Katrina a eu un impact sur les prix de l'énergie.

8 Ouverture sur la gestion du risque de catastrophe naturelle

Il n'existe pas que la titrisation pour gérer le risque de catastrophe naturelle, mais bien d'autres produits. Les solutions de transfert de risque de catastrophe naturelle et de gestion des fonds propres sont nombreuses. Les assureurs non-vie ont à leur disposition divers mécanismes pour transférer le risque de catastrophe naturelle et gérer les fonds propres. Parmi ces instruments figurent la réassurance classique, la réassurance collatéralisée, les swaps catastrophe, les garanties selon les pertes du secteur (industry loss warranties ou ILW), le capital conditionnel (contingent capital), les options catastrophe. La structure choisie dépend des besoins spécifiques de l'acheteur de protection et de la disponibilité des investisseurs en valeurs à revenu fixe pour soutenir la structure. Les caractéristiques de quelques-uns de ces instruments (les plus importants) seront abordées dans les paragraphes suivants.

8.1 La réassurance classique

La réassurance classique fait intervenir un réassureur qui accepte, en échange d'une prime, d'indemniser la compagnie d'assurance cédante (la cédante) pour tout ou partie des sinistres occasionnés par la catastrophe naturelle que celle-ci peut prendre en charge au titre des polices couvertes qu'elle a émises. Habituellement, ce mécanisme ne s'accompagne pas d'une collatéralisation et les indemnisations s'effectuent en fonction de la solvabilité du réassureur.

8.2 Les swaps catastrophe

Un autre moyen courant de transférer un risque catastrophique est le swap, une opération dans le cadre de laquelle une série de paiements fixes prédéfinis est échangée contre une série de paiements variables dont les montants dépendent de la survenance d'un événement assuré. La cédante peut conclure le swap directement avec des contreparties ou via des intermédiaires financiers. Les swaps, de par leur conception, présentent des avantages par rapport aux obligations catastrophe, ils ne sont habituellement pas garantis et engendrent, par conséquent, les risques de crédit. La liquidité réduite par rapport à un titre négociable augmente les coûts de protection, qui sont supérieurs aux économies réalisées sur les frais annexes.

8.3 Les options catastrophe cotées en Bourse

Bien que les efforts fournis à ce jour pour mettre au point des options catastrophe cotées en Bourse n'aient pas abouti, les instruments cotés en Bourse pourraient devenir un mode largement accepté de transfert du risque d'assurantiel vers les marchés financiers. Les options d'achat catastrophe PCS (Prosperity Claim Services) cotées en bourse étaient des contrats standardisés qui donnaient lieu à un versement d'espèces à l'acheteur si un indice mesurant des sinistres catastrophiques dépassait un certain seuil, que l'on appelle le prix d'exercice. Un défaut essentiel de ces options était qu'elles se fondaient sur des indices régionaux élargis qui introduisaient trop de risque de base pour pouvoir couvrir efficacement les expositions catastrophe d'un assureur.

8.4 Les Industry Loss Warranties

Les Industry Loss Warranties (ILW) sont généralement structurées comme des contrats d'assurance ou de réassurance dommages couvrant des sinistres spécifiques. La caractéristique principale d'un contrat ILW est que l'indemnisation est liée à la mesure des sinistres d'un secteur. Le seuil de la première condition (les pertes assurées effectives subies par l'assureur ou le réassureur) est fixé à un niveau si bas qu'il sera certainement franchi lorsque le seuil de sinistres du secteur sera atteint et entraînera un déclenchement du mécanisme. Par conséquent, le prix des ILW se fonde sur le risque associé aux sinistres d'un secteur ou sur un indice. Plus faciles à souscrire, les ILW peuvent donc être proposés par des hedge funds.

8.5 Le capital conditionnel

Le capital conditionnel (contingent capital) répond à des besoins en capital par le financement du risque plutôt que par son transfert et il repose sur le mécanisme des "Options de Vente". Les instruments de capital conditionnel donnent à l'acheteur le droit d'émettre et de vendre des titres à un prix fixe pour une période fixe si un événement prédéfini survient. Ces titres peuvent être des actions, des titres de créance ou certains titres hybrides. Le capital conditionnel se distingue de l'assurance (qu'elle soit fournie par un réassureur ou via l'émission d'obligations catastrophe) dans la mesure où il ne prévoit pas d'indemnisation, mais permet en revanche d'accéder à des capitaux qui soit viennent diluer les fonds propres, soit doivent être remboursés. Le tableau de la page suivante résume ces informations et est intéressant à titre de comparaison.

	Obligations catastrophe (Cat-Bonds)	Swaps Catastrophe	Industry Loss Warranties	Capital conditionnel
Risque de base/risque résiduel	Minimum en cas de déclencheur indemnitaire, important s'il est fondé sur un déclencheur indiciel, modélisé ou paramétrique.	Présent dans des opérations avec déclencheur Indiciel.	Important	Minimum en cas de déclencheur indemnitaire, important s'il est fondé sur un déclencheur indiciel, modélisé ou paramétrique.
Risque subjectif	Faible si fondé sur un déclencheur indiciel/paramétrique, moyen si fondé sur un déclencheur indemnitaire, atténué par la formulation du contrat.	Faible si fondé sur un déclencheur indiciel/paramétrique, moyen si fondé sur un déclencheur indemnitaire, atténué par la formulation du contrat.	Faible car fondé sur un déclencheur indiciel.	Faible car fondé sur un déclencheur indiciel.
Risque de contrepartie	Minimum, le capital est investi dans des titres sûrs détenus par des fiduciaires.	De par la nature de l'instrument le risque est omniprésent.	Dépend de la collatéralisation ou non de la limite.	Dépend du financement préalable ou du non financement.
Liquidité pour le preneur de risque	Moyenne pour les opérations notées, identique à celle d'obligations de sociétés ou titres adossés à des actifs.	Faible	Faible	Faible
Fournisseurs de capacités	Investisseurs institutionnels en valeurs à revenu fixe, <i>hedge funds</i>	Assureurs directs ou réassureurs importants	Réassureurs, <i>hedge funds</i> , investisseurs institutionnels	Réassureurs, <i>hedge funds</i> , investisseurs institutionnels
Acheteurs de protection	Assureurs directs, réassureurs et sociétés de grande taille, entités publiques	Assureurs directs ou réassureurs importants	Réassureurs, <i>hedge funds</i>	Assureurs directs, réassureurs et sociétés de grande taille, entités publiques.
Intermédiation	Banques d'investissement	Contreparties, courtiers.	Courtier de réassurance	Directe, courtier de réassurance
Standardisation	Sur mesure	Sur mesure	Sur mesure	Sur mesure
Degré de complexité de la souscription	Élevé, censé diminuer à mesure que les sociétés acquièrent de l'expérience.	Élevé, censé diminuer à mesure que les sociétés acquièrent de l'expérience.	Faible, fondé uniquement sur le risque de marché.	Élevé.

9 Conclusion du projet

Problème de l'hypothèse d'indépendance...

10 Annexes

Voici à titre d'exemple la dernière grande opération de titrisation du risque de catastrophe naturelle. Nous voyons bien que les risques couverts sont multiples (ici tempête et tremblement de terre), et la localisation de ces risques varie (Europe et Japon).

29 novembre 2007

N° 57 – 2007

Pour toute information complémentaire, contacter :

Beat Werder +33 (0)1 46 98 71 39

Directeur de la Communication

Marco Circelli +33 (0)1 46 98 72 17

Directeur des Relations Investisseurs

SCOR SE promeut avec succès l'émission d'une obligation catastrophe pour EUR 160 millions

Le 29 novembre 2007, SCOR a conclu un contrat pluriannuel de rétrocession de dommages catastrophes (« CAT ») avec Atlas Reinsurance IV Limited (« Atlas IV »), qui fournira une couverture de EUR 160 millions de rétrocession additionnelle pour SCOR et ses filiales.

Ce CAT bond, dont les pertes sont déterminées par un modèle, fournit une couverture dans le cadre d'un premier événement ou d'un événement subséquent de type Tempête Europe ou Tremblement de Terre Japon pour une période allant du 30 novembre 2007 au 31 décembre 2010.

Dans le contexte actuel des marchés de rétrocession, ce CAT bond est une solution financière rentable et sécurisée. Il complète les protections contre les expositions majeures du Groupe aux catastrophes naturelles et renforce sa politique de protection du capital. Ce CAT bond accroît la diversification des sources de rétrocession du Groupe et élargit la visibilité de son programme de rétrocession à une période de trois ans.

Atlas IV est une entité dédiée de droit irlandais. Cet accord de rétrocession est entièrement financé par les fonds reçus par Atlas IV dans le cadre de l'émission du CAT bond, déjà entièrement souscrite par des investisseurs institutionnels.

Goldman Sachs a agi comme seul bookrunner et chef de file de l'émission et Benfield Advisory a agi en tant que conseiller financier pour SCOR.

SCOR est un émetteur régulier de titres assurantiels (*Insurance Linked Securities*) avec, à ce jour, cinq opérations réalisées : Atlas Reinsurance I, II, III et IV ainsi qu'Helix, initialement émis par Converium, qui fait aujourd'hui partie de SCOR SE.

*
* *