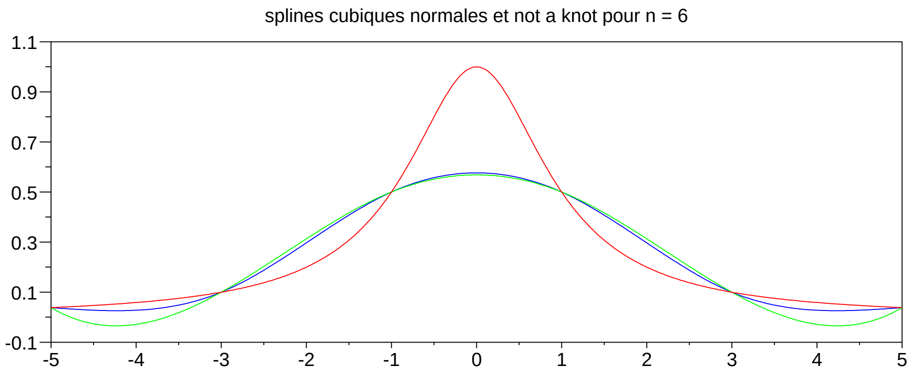
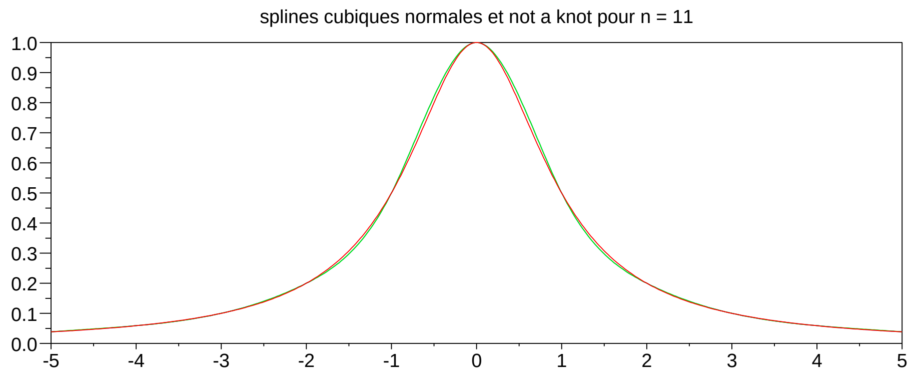
MILHAUD Xavier
VOISIN Basile

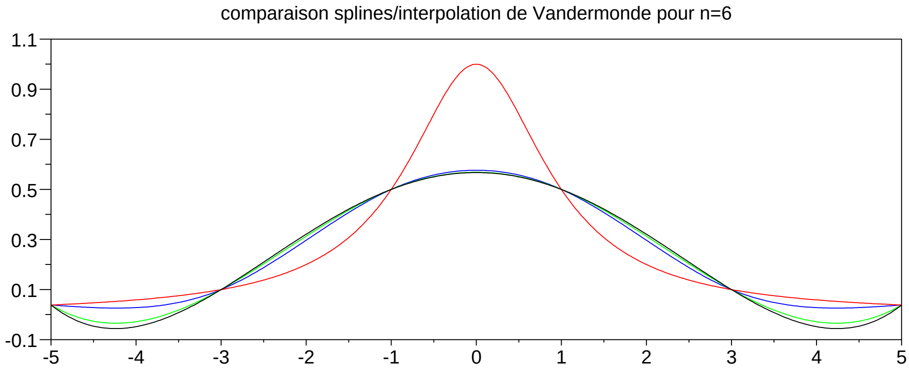
TP 5 : Interpolation spline et courbes splines

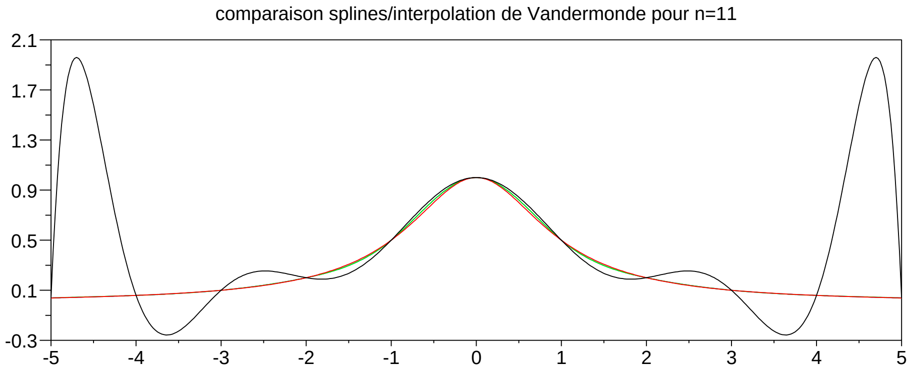
Question 1 .
Graphe des splines normales et not a knot de la fonction de Runge pour $n = 6$ *et* $n = 11$ *:*





Question 2 .
Comparons avec l'interpolation polynômiale de Vandermonde :

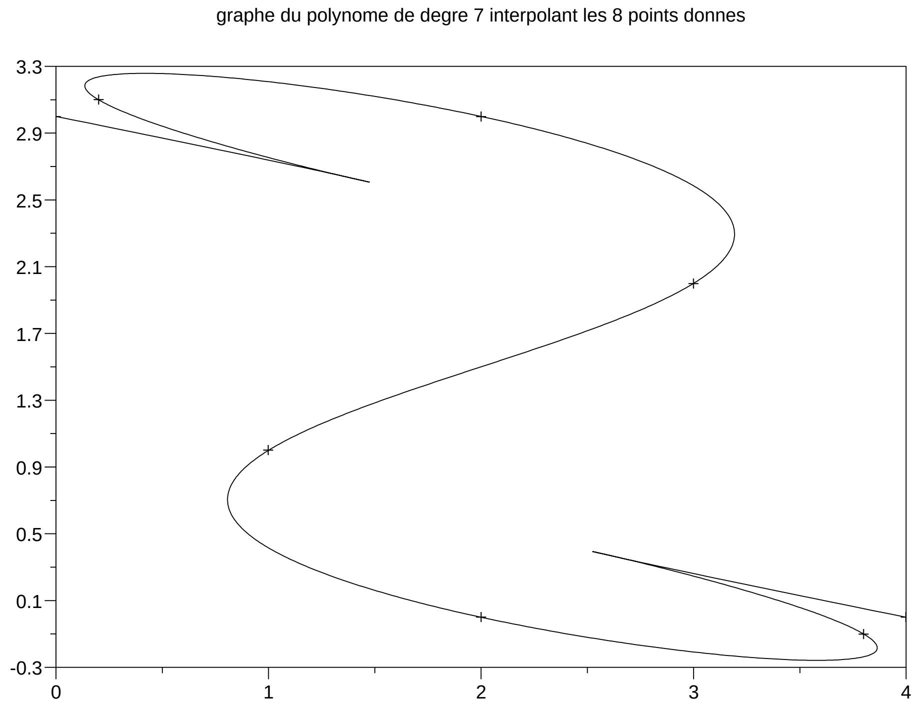




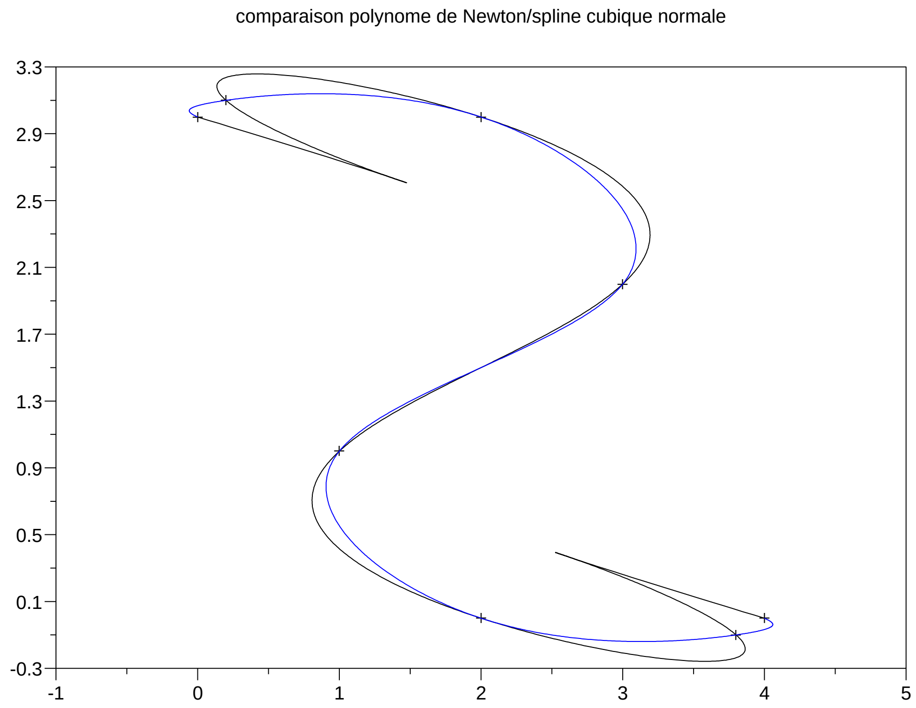
On constate que pour $n = 6$*, les splines et l'interpolation de Vandermonde offrent des approximatins équivalentes, alors que pour* $n = 6$*, les splines donnent de bien meilleurs résultats et permettent de se débarasser des oscillations du polynôme d'interpolation de Vandermonde.*

Question 3 .

Graphe du polynôme interpolant les points $(0,3),(0.2,3.1),(2,3),(3,2),(1,1),(2,0),(3.8,-0.1),(4,0)$ *:*



Question 4 .
Traçons maintenant, sur le même graphique, la spline cubique normale interpolant ces 8 points :



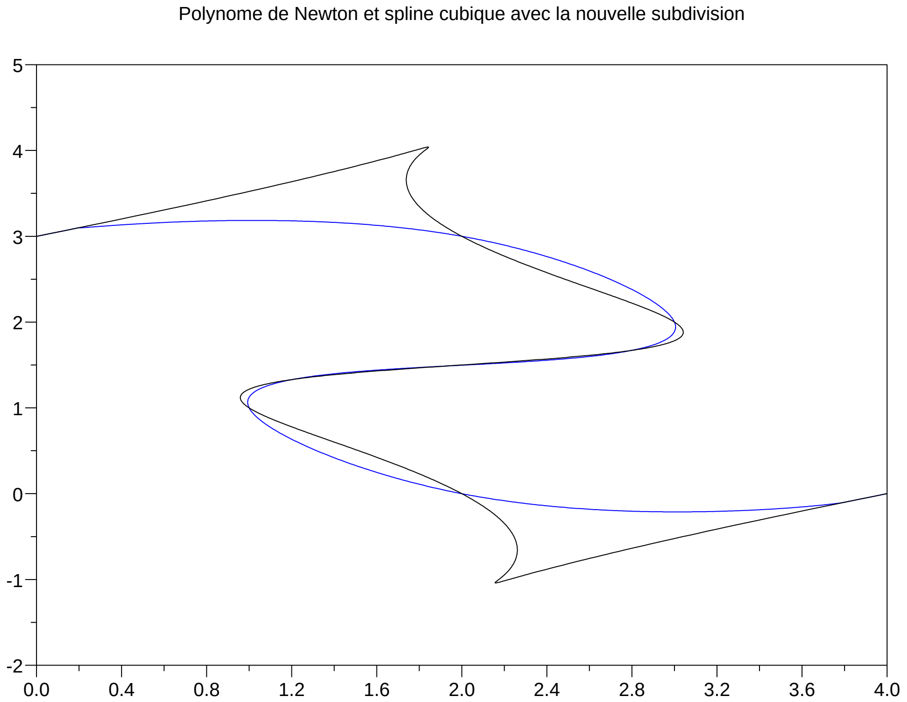
On constate des gros écarts aux niveau des extrémités, probablement dûs aux effets de bords puisque l'on se trouve aux extrémités.

Question 5 .
La fonction subdivision comporte 2 boucles : une nécessaire au calcul de S, et une autre servant au calcul du vecteur t :

```
function t = subdivision(x)
n = size(x,"r"); S = 0; t = zeros(n,1);
for i = 1:(n-1) , S = S + (x(i+1,1)-x(i,1))^2 + (x(i+1,2)-x(i,2))^2; end
for i = 2:n , t(i) = t(i-1)+(((x(i,1)-x(i-1,1))^2+(x(i,2)-x(i-1,2))^2)/S); end
```

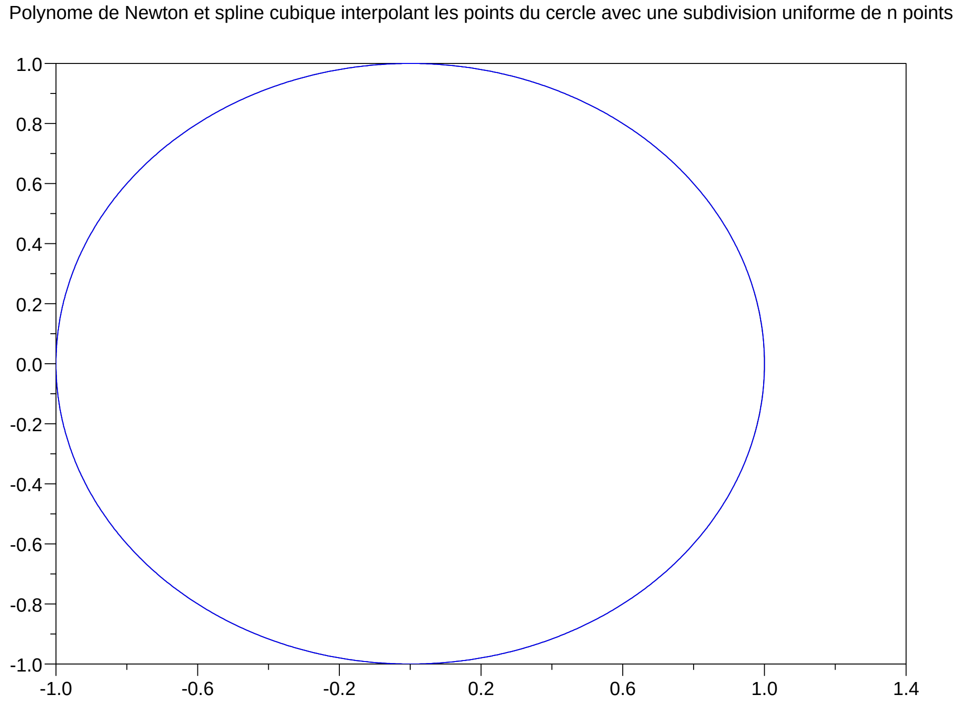
Question 6 .

Graphe du polynôme de Newton et de la spline correspondant à cette nouvelle subdivision :



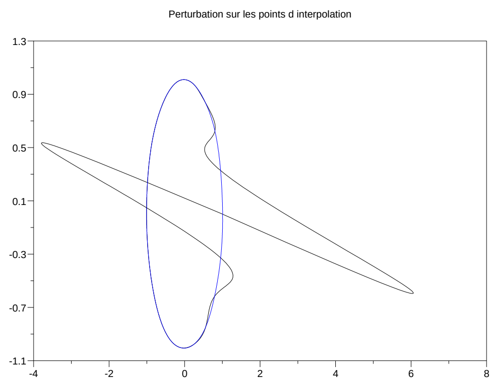
Nous remarquons que, avec cette nouvelle subdivision qui n'est plus régulière, la spline est beaucoup plus "lisse". En effet la nouvelle grille a beaucoup de plus de points aux extrémités ce qui permet de supprimer les "crochets" obtenus avec la grille régulière.

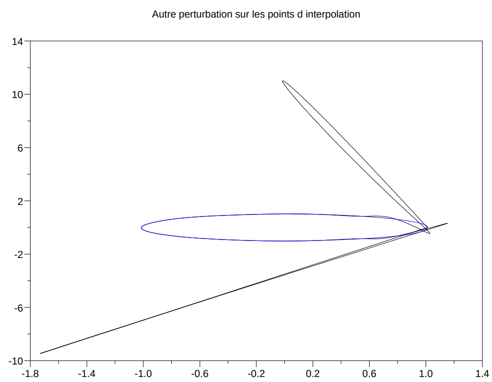
Question 7 .
Graphe du polynôme de Newton et de la spline cubique interpolant ces 20 points situés sur le cercle pour une grille régulière sur $[0, 1]$ *:*



Nous constatons ici que les deux courbes sont bien des cercles et se superposent parfaitement.

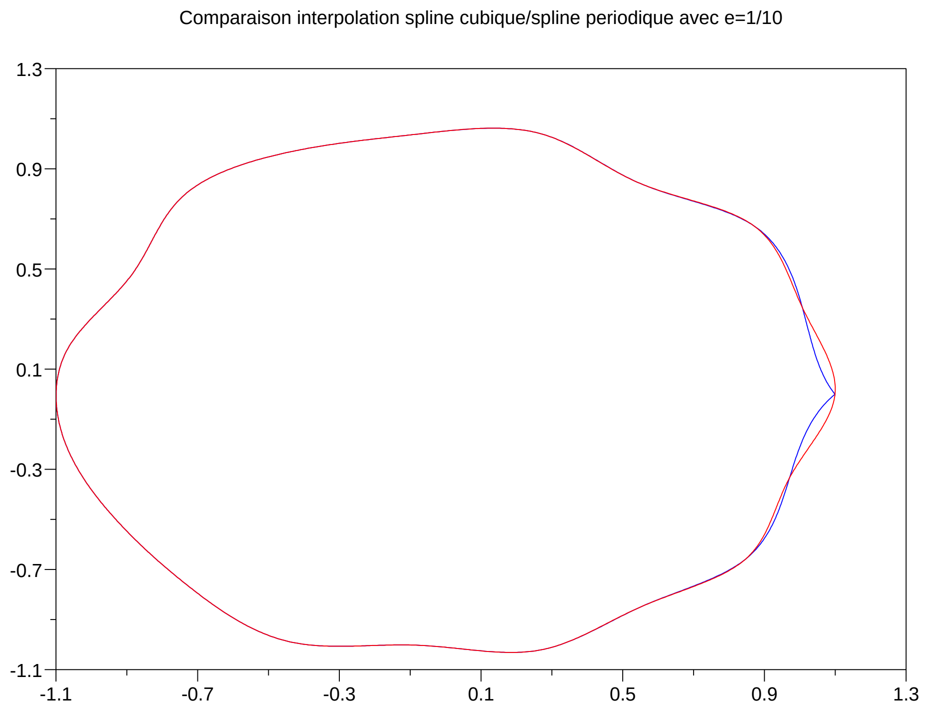
Question 8 .
Deux graphes où les points duy cercle sont perturés $\left(e = \frac{1}{50}\right)$ *:*





Nous pouvons ici voir que la spline est peu perturbée par le bruitage et garde une forme circulaire, alors que le polynôme de Newton est complêtement déformé : il est bien plus sensible aux bruitages que la spline.

Question 9 .
Graghe de l'interpolation spline cubique normale et périodique avec $e = \frac{1}{10}$ *:*



On observe que les splines sont légr̀ement déformées ; mais la spline périodique est beaucoup plus lisse au point de jonction (à la fin de la période). En effet, cette dernière possède des propriétés de régularité sur ses dérivées premières et secondes : $s'(x_1) = s'(x_n)$ *et* $s''(x_1) = s''(x_n)$.